MATEMÁTICA

LICENCIATURA EN RECURSOS HUMANOS

PROFESORA CELIA SÁNCHEZ

UNIDAD 1

NÚMEROS REALES – INTERVALOS

ENTORNOS – VALOR ABSOLUTO - INECUACIONES

MATEMÁTICA

PROF. CELIA SÁNCHEZ

INTRODUCCIÓN

En esta unidad, nosotros le proponemos profundizar lo que sabe y avanzar en el aprendizaje de nuevos conceptos y procedimientos que le sirvan de herramientas para su trabajo y su vida cotidiana y, a su vez, que le permitan resolver con más seguridad las situaciones que se presentan en los contenidos propios de esta área de estudio.

Los conceptos que ud verá a continuación son meramente una rápida revisión de las operaciones y sus propiedades en el campo de números reales, teniendo en cuenta que todos estos contenidos serán utilizados a lo largo de las unidades venideras. Es muy importante que Ud pueda recordar estos contenidos vistos en el secundario y realizar las operaciones propuestas para que en los momentos sucesivos que se utilicen, no tenga dificultades en interpretar cómo se realizan las operaciones, sobre todo reconocer a simple vista un intervalo y un entorno.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Lograr que el alumno:

• Conozca las operaciones que se pueden realizar con los números reales. Aprenda a operar con fluidez y rapidez.

• Conozca las propiedades de los distintos conjuntos numéricos y las pueda aplicar sin equivocarse.

• Desarrolle habilidad para conocer conjuntos numéricos incluido el conjunto de los números reales.

• Valore la importancia del surgimiento de los conjuntos numéricos incluidos en el conjunto de los números reales

• Desarrolle habilidad para operar con expresiones algebraicas con el conjunto de los números reales.

• Aplique lo estudiado sobre números reales a la solución de problemas. Pueda representar números en la recta real.

• Sea capaz de identificar números escritos en notación científica.

• Pueda definir el valor absoluto de un número real.

• Aplique las propiedades del valor absoluto a la resolución de problemas teóricos y prácticos.

• Realice cálculos con seguridad usando la calculadora o el software Math Type.

• Pueda aplicar las propiedades de las desigualdades y operar para resolver problemas y valore la importancia del estudio de las desigualdades.

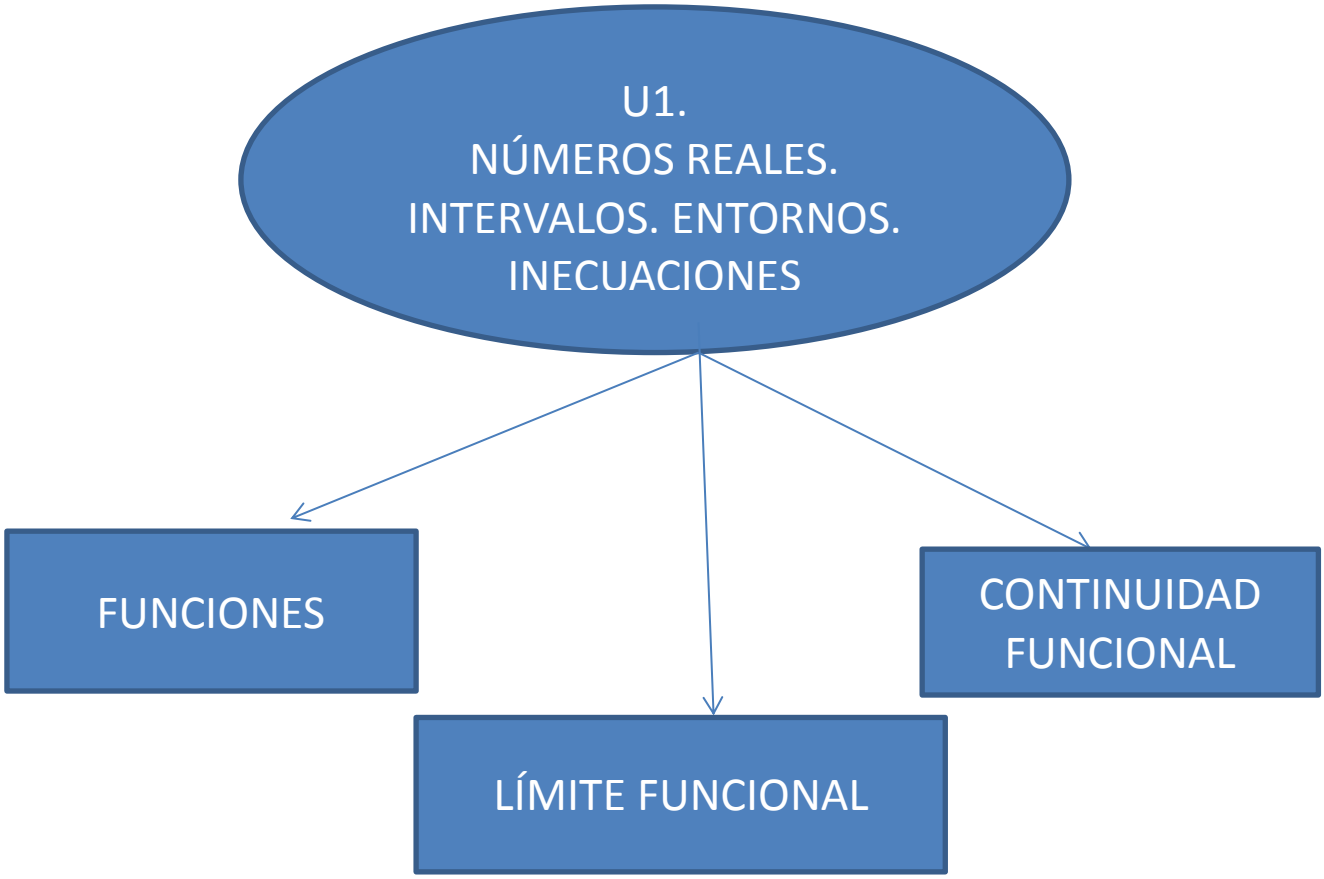
• Identifique los distintos conjuntos numéricos puntuales.

• Conozca la relación entre entorno e intervalo y la vinculación con la definición de valor absoluto.

CONTENIDOS

Números reales – Intervalos abiertos – Intervalos cerrados – Entorno de un punto – Entorno reducido de un punto – Inecuaciones

ESTOS CONTENIDOS SERÁN UTILIZADOS EN LAS TRES UNIDADES SIGUIENTES.



ORIENTACIONES PARA EL ESTUDIO

Antes de comenzar esta unidad relea las orientaciones (pág. 6) que hemos dado para afrontar el estudio en general. No olvide consultar si no entiende algunos temas.

DESARROLLO DE LOS CONTENIDOS

Números reales

Recordemos en primer lugar las sucesivas ampliaciones del campo numérico hasta el campo de números reales.

Primero se crea el campo de números naturales: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,….

En este campo numérico se puede operar, y analizar todas las propiedades de las operaciones. Pero recordemos que la resta de números naturales no es "ley cerrada" en este campo numérico, porque, si restamos dos números naturales, no siempre se obtiene otro número natural. Por ejemplo 2-7 es una operación que no puede resolverse en el campo de números naturales, por ello, es necesario crear otro campo numérico para poder resolver esta situación que se plantea.

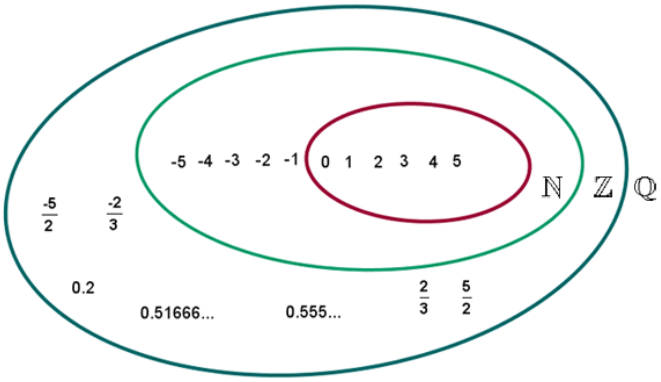
Se crean así los números enteros. Sabemos que los números enteros son los naturales positivos, los negativos y el 0.

Por tanto tenemos ahora el conjunto de números enteros, que simbolizaremos con la letra Z, siendo este conjunto el formado por los números:

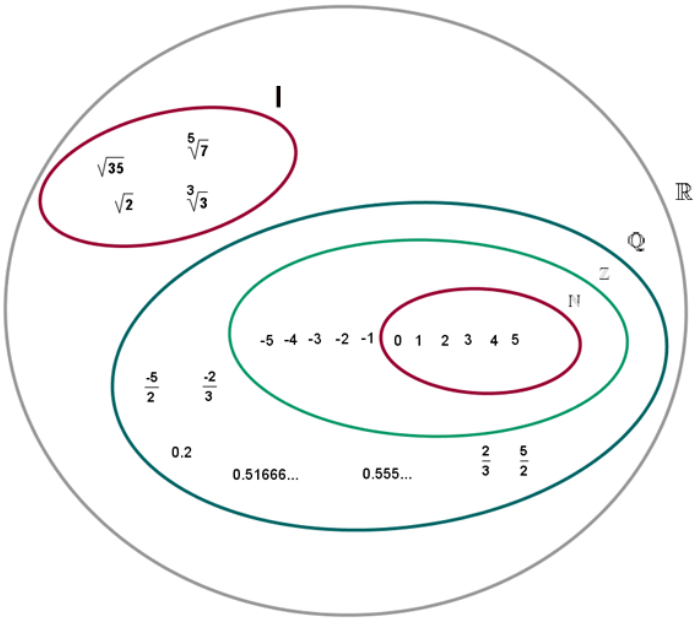
……-6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1, 2; 3; 4; 5; 6; 7; ……..

También podemos en este campo numérico sumar, restar, multiplicar, dividir, elevar a potencias, y sacar raíces. Pero también tenemos problemas con algunas operaciones que no cumplen con la ley de cierre: tal el caso cuando dividimos dos números enteros y el cociente no es exacto, por ejemplo: 3:2; -1:4; 5: (-4); 2:7; etc. Todas estas divisiones no dan por resultado un número entero, por tanto es necesario la creación del campo de números racionales (fracciones propiamente dichas, o expresiones periódicas decimales, o números decimales) para poder resolver todas estas situaciones.

Tenemos ahora lo siguiente:



Pero aún subsisten dos problemas en el campo de números racionales : las raíces de números racionales que tienen infinitos números decimales no periódicos y las raíces de índices pares y radicandos negativos. Por esta razón para resolver el primer problema necesitares de los números reales, por ellos se crean los números irracionales y para resolver el otro problema es necesario de los números imaginarios, por tanto la sucesiva ampliación de los campos numéricos que uds han visto en el secundario fue hasta los números complejos. Nosotros en este curso trabajaremos sólo con números reales.



Por tanto tengamos en cuenta que en este curso estaremos trabajando con la siguiente notación:

N : números naturales; Z: números enteros; Q: números racionales
R: números reales; I: números irracionales.

Cuando se introducen los números irracionales tales como $\sqrt{2}$; π se dice que estos números no se pueden representar como fracciones ordinarias, sino que se escriben como expresiones decimales infinitas, por ejemplo: $\sqrt{2}$ =1,4142.... ; $\pi = 3{,}1415.....$ Las expresiones decimales de los números racionales también son infinitas, por ejemplo:

$\frac{1}{4} = 0,25000.....$ $\frac{1}{3} = 0,3333....$ 2=2,00000.... $\frac{1}{7} = 0{,}142857142857....$

Estas últimas expresiones, sin embargo, se repiten periódicamente a partir de alguna cifra, mientras que las correspondientes a los números irracionales no tienen esta propiedad.

El conjunto de todos estos números, los racionales y los irracionales, constituyen el conjunto de los números reales (R). Podemos decir entonces, que un número real es un número que se puede representar por una expresión decimal infinita.

Si "a" y "b" son dos números reales cualesquiera, se pueden establecer las siguientes operaciones en el conjunto de los números R.

$Adición$: a+b
Multiplicación: a.b
$Sustracción : a - b$
$División : a : b,$ si b $\neq 0$

Dos símbolos, a y b, que representan números reales son números iguales, si y solamente si, representan el mismo número real.

Si a, b y c representan números reales y si a=b, entonces:

$a + c = b + c$
$a - c = b - c$
$a.c = b.c$
$a : c = b : c$ (supuesto c $\neq 0$)

Es decir, se puede sumar a ambos miembros un mismo valor y la igualdad no varía, ídem con la resta, multiplicación y división.

Propiedades de las operaciones de los números reales.

1. La suma y la multiplicación son operaciones conmutativas, esto es si a y b son dos números reales cualesquiera, entonces:

$a+b=b+a$; a.b=b.a

2. La suma y la multiplicación son operaciones asociativas; esto es, si a, b y c son números reales, entonces:

$$(a+b)+c=a+(b+c)=a+b+c$$
$$(a.b).c=a.(b.c)=a.b.c$$

3. La multiplicación es distributiva con respecto a la suma y a la resta; es decir, si a, b y c son números reales, entonces:

$(a+b).c=a.c+b.c$; $(\text{a-b}).c=a.c-b.c$; a(b+c)=a.b+a.c

4. El número real "0" es el elemento neutro en la adición (suma), es decir, si a es un número real cualquiera, entonces:

$$a+0=0+a=a$$

5. El número real "1" es el elemento neutro en la multiplicación, es decir, si a es un número real cualquiera, entonces:

$$a.1=1.a=a$$

6. Dado un número real "a", existe un número real , que se denota con "-a", que se llama opuesto de "a", y tal que:

$$a+(-a)=(-a)+a=0$$

7. Dado un número real "a" diferente de "0", existe un número real que se denota con "a^{-1}" (o también $a^{-1}=\frac{1}{a}$)que se llama inverso de "a" y tal que:

$$a.a^{-1}=a^{-1}.a=1$$

Además, es una consecuencia de las propiedades anteriores, el hecho de que cualquiera sea el número real "a" se cumplirá que a.0=0.a=0

Si "a" y "b" son números reales y a.b=0, entonces a=0 o b=0. (Ley de anulación del producto, dice que si un producto entre dos o más factores es cero, entonces uno de ellos, o más, son iguales a cero)

El conjunto de números reales es un conjunto totalmente ordenado, esto es, dados dos números reales distintos se puede establecer cuál es el mayor. Utilizando el lenguaje de las desigualdades, podemos expresar que para cada par de números reales “a” y “b”, es verdadera una y sólo una de las siguientes proposiciones:

$a < b$; $a < b$; a>b

Se puede establecer una correspondencia biunívoca entre números reales y puntos de una recta (la recta numérica) de modo que a cada número real le corresponde un punto de la recta, y recíprocamente, a cada punto de la recta le corresponde un número real.

Potencias y raíces de números reales

Potenciación

Definimos las potencias de un número real “a” de la siguiente forma:

$a^1 = a$; $a^2 = a^1.a^1$; $a^3 = a^2.a^1 = a^1.a^1.a^1$

o bien: $a^2 = a\ .a$; $a^3 = a\ .a\ .a$

En general, si “n” es un número natural:

$a^n = a.a.a.a.a.....(n \text{ factores})$; es decir que el símbolo “a^n” (que se lee potencia enésima de a) significa el producto de “n” factores iguales a “a”.

El número “a” se llama base y el número “n” se llama exponente de la potencia. La potencias “2” se llama su cuadrado, y la potencia “3” su cubo.

Para todo número real “a” distinto de “0”, el concepto de potencia de potencia se amplía con las definiciones siguientes:

$a^0 = 1$; $a^{-p} = \dfrac{1}{a^p}$ $p \in R$

No damos significado alguno al símbolo 0^0, dado que esta expresión no existe matemáticamente hablando.

Si la base “a” es un número real no nulo, la potenciación queda así definida para todo exponente entero.

Propiedades de la potenciación

Sean “a”, “b”, números reales no nulos, y “m”, “n” dos números enteros, entonces:

- $a^n.a^m = a^{n+m}$, esta propiedad dice que el producto de potencias de igual base es igual a otra potencia, de la misma base que las dadas, cuyo exponente es la suma de los exponentes dados.
- $a^n : a^m = a^{n-m}$, esta propiedad dice que el cociente de potencias de igual base da por resultado otra potencia de la misma base que las dadas, cuyo exponente es la resta de los exponentes dados.
- $\left(a^n\right)^m = a^{n.m}$, esta propiedad dice que potencia de otra potencia da por resultado otra potencia de la misma base que las dadas, cuyo exponente es la multiplicación de los exponentes dados.
- La potenciación es distributiva respecto de la multiplicación y la división

$(a.b)^q = a^q.b^q$; $(a:b)^q = a^q : b^q$ con $b \neq 0$

Observación: la potenciación, no es asociativa: $a^{(b^c)} \neq \left(a^b\right)^c$.

Usamos el símbolo a^{b^c} para indicar el símbolo $a^{(b^c)}$.

Algunas propiedades más:

Si a<b entonces a+c<b+c	monotonía de la suma
Si a>b entonces a+c>b+c	monotonía de la suma
Si a=b entonces a.c=b.c	monotonía del producto
Si a<b y c>0 entonces a.c<b.c	monotonía del producto
Si a<b y c<0 entonces a.c>b.c	monotonía del producto
$(a+b)^2 = a^2 + 2.a.b + b^2$	cuadrado de un binomio
$(a-b)^2 = a^2 - 2.a.b + b^2$	cuadrado de un binomio
$a^2 - b^2 = (a-b).(a+b)$	diferencia de cuadrados
$(a+b)^n \neq a^n + b^n$	no distributividad de la pot. con respecto a la suma o dif)

Raíces de números reales

Si “n” es un número natural y “b” es un número real positivo, existe un único número real positivo “a”, tal que $a^n = b$.

El número “a” se llama la raíz enésima de “b” y se denota con el símbolo: $\sqrt[n]{b} = a$

El símbolo $\sqrt[n]{\ }$ se llama radical, el número “n” se llama índice, y el número b radicando. Para n=2; 3; 4; 5; ….. se dice que “a” es la raíz cuadrada, cúbica,

cuarta, quinta, etc. Para n=1, se tiene a=b; para n=2 es costumbre suprimir el índice y escribir $\sqrt{b}$.

Propiedades de las raíces aritméticas

- $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ relación entre potenciación y radicación
- $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}$ multiplicación de radicales del mismo índice
- $\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a:b}$ división de radicales del mismo índice
- $Si\ \sqrt[n]{a}$ existe entonces $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$ cancelación entre pot. y radicación
- Si n es un número entero par entonces $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = |a|$
- $\sqrt[n]{a+b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ no distributividad de la rad. con respecto a la suma o dif.
- $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a} = \sqrt[n.m]{a}$ raíz de otra raíz
- $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n.p]{a^{m.p}}$; esta propiedad permite simplificar un factor común al índice del radical y exponente del radicando y reducir varios radicales al mismo índice.

En este momento puede aprovechar para resolver la siguiente ejercitación (es una revisión de operaciones con números reales, si lo necesita aproveche y consulte carpetas de tercero y cuarto año de Matemática del secundario, o consulte algún libro para estos años),

1) Radicación:

a) Extraer factores fuera del signo radical: b) Introducir en el radical todos los factores que figuran fuera de él:

a)
$i)\ \sqrt[3]{x^5y^3}$
$ii)\ \sqrt{320}$
$iii)\ \sqrt{44x^2y}$
$iv)\ \sqrt[4]{\frac{48}{5}x^9y^5z^4}$

b)
$i)\ 5.\sqrt[3]{4}$
$ii)\ ax.\sqrt{2.x}$

2) Operar con radicales semejantes:

$i)\quad \sqrt{32}-\sqrt{\frac{1}{2}}-\sqrt{8}$

$ii)\quad 2\sqrt{27}-4\sqrt{12}$

$iii)\quad \sqrt{27}+5\sqrt{3}-\sqrt{300}$

$iv)\quad \sqrt{2x^3}+\sqrt{8x}-\frac{1}{3}\sqrt{32x}$

$v)\quad \sqrt{4x^3y^4}-\sqrt{16z^8x^5}$

$vi)\quad \sqrt[3]{432}-\sqrt[3]{250}+\sqrt[3]{\frac{1}{32}}$

3) Racionalizar los denominadores:

$i)\quad \frac{3}{\sqrt{6}}$

$ii)\quad \frac{6}{\sqrt[3]{2^2}}$

$iii)\quad \sqrt{\frac{2}{3}}$

$iv)\quad \frac{3-1}{1-\sqrt{3}}$

$v)\quad \frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

$vi)\quad \frac{x}{3\sqrt{2x}}$

$vii)\quad \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

$viii)\quad \frac{1}{\sqrt{2}}$

$ix)\quad \frac{10\sqrt{6}}{7\sqrt{3}}$

$x)\quad 3x^5\frac{1}{\sqrt{x^3}}$

$xi)\quad \frac{4x\sqrt[3]{x^2y^2}}{y\sqrt[3]{xy}}$

$xii)\quad \frac{\sqrt[5]{xy}}{\sqrt[3]{x^2y}}$

$xiii)\quad \frac{1}{\sqrt{\sqrt[3]{2}}}$

4) Resolver y simplificar racionalizando el denominador de ser posible:

$i)\quad \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+3^{-1}-\sqrt[3]{-27}-1,\widehat{8}\right]^{-1}$

$ii)\quad \left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}:\left(-\frac{2}{3}\right)^{4}\right]:2,3\widehat{4}$

$iii)\quad \frac{\sqrt{5}\sqrt{125}\sqrt[3]{5}}{5^2\sqrt[6]{25}}$

$iv)\quad \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt[3]{3}\sqrt{3}}{\sqrt[6]{9}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}$

<u>Valor absoluto (o módulo)</u>

Se define el valor absoluto de un número real “a” como la expresión:

$$|a|=\begin{cases} a & \text{si} \quad a\geq o \\ -a & \text{si} \quad a<0 \end{cases}$$

Propiedades

1) $|a| \geq 0 \quad \forall a \in R$

2) $\sqrt{a} = |a|$

3) $|a-b| = 0$ si y solo si a=b

4) $|a.b| = |a|.|b|$

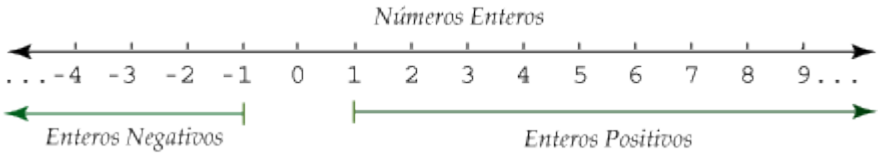
5) $|a:b| = |a|:|b|$

6) $|a+b| \leq |a| + |b|$ desigualdad triangular

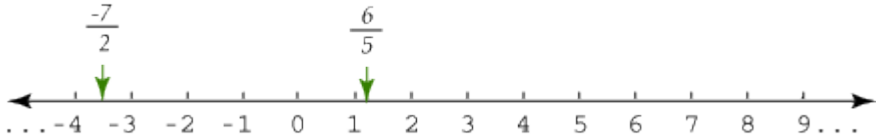
7) $|a-b| \geq |a| - |b|$ desigualdad triangular

8) $||a| - |b|| \leq |a-b|$

Observación: la representación gráfica de los números reales se realiza mediante una recta graduada. Sobre ella se elige un punto como el origen o "0" y con una unidad de medida preestablecida, se marcan las unidades positivas en forma creciente: 1; 2; 3;…… hacia la derecha del origen. Así mismo, y con la misma unidad de medida, se marcan hacia la izquierda del origen las unidades decrecientes: ……..-3; -2; -1;



Si por ejemplo queremos representar fracciones en la recta real:



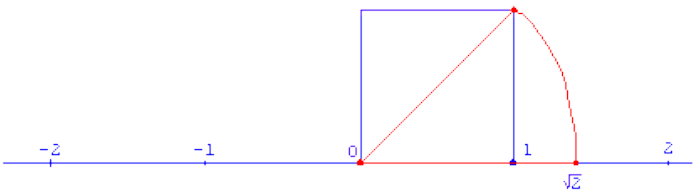
Si por ejemplo queremos graficar $\sqrt{2}$ en la recta real podemos proceder de la siguiente manera:

Representación de los números irracionales

También los números irracionales, las raíces, por ejemplo, se representan en la recta.

Por ejemplo, para calcular el punto que representa el número $\sqrt{2}$ se realizan los siguientes pasos:

- Levantar sobre la recta un cuadrado cuyo lado sea el segmento unidad entre el 0 y el 1. Según el teorema de Pitágoras, la diagonal del cuadrado mide $\sqrt{2}$
- Utilizar un compás para trasladar esa diagonal sobre la recta. El punto de corte del arco del compás sobre la recta representa el número $\sqrt{2}$
- Observe la siguiente figura y dibújela en su carpeta.



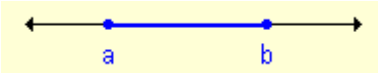
Pero es importante que ud sepa que a veces no es necesario trabajar con esta precisión sino que para graficar este valor en el eje real basta con saber que $\sqrt{2} \cong 1,4$

Intervalos

Dijimos que se establece una correspondencia biunívoca entre los números reales y los puntos de la recta. Cuando hablamos de conjuntos de números reales, entre los que más comúnmente hablaremos se encuentran los intervalos: abierto, cerrado.

Intervalo cerrado

Es el conjunto de números reales formado por a, b y todos los comprendidos entre ambos.



$[a, b] = \{ x / a \leq x \leq b\}$

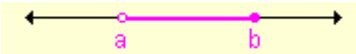
Intervalo abierto

Es el conjunto de los números reales comprendidos entre a y b.

$(a, b) = \{x / a < x < b\}$

Intervalo semiabierto a izquierda (o semicerrado a derecha)

Es el conjunto de números reales formado por b y los números comprendidos entre a y b.



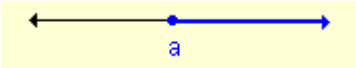
$(a, b] = \{x / a < x \leq b\}$

Intervalo semiabierto a derecha (o semicerrado a izquierda)

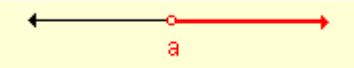
Es el conjunto de números reales formado por a y los números comprendidos entre a y b.

$[a, b) = \{ x / a \leq x < b\}$

Intervalos infinitos

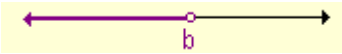


$[a; +\infty) = \{ x / x \geq a\}$

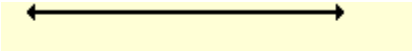


$(a; +\infty) = \{ x / x > a\}$

$(-\infty; b] = \{ x / x \leq b\}$



$(-\infty; b) = \{ x / x < b\}$



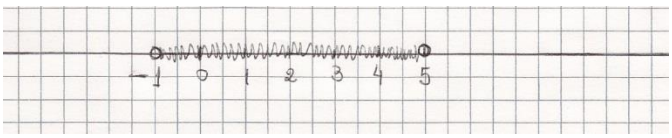
$(-\infty; +\infty) = R$

Entorno de un punto

Dado un punto “a” y un número real postivo “h” denominamos entorno de ese punto a de semi amplitud h (o radio h) al conjunto de todos los valores reales que pertenecen al intervalo $(a-h;a+h)$, por lo tanto:

$$E(a;h)=(a-h;a+h)$$

Ejemplo: $E(2;3)=(2-3;2+3)=(-1;5)$

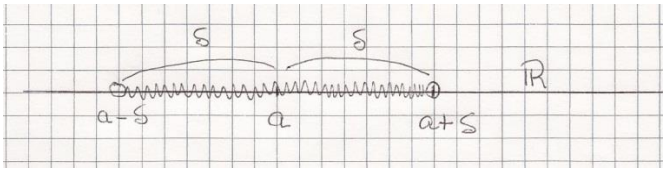


Por lo tanto:

$$\mathrm{E}_{(2;3)}=\left\{x\,/\,x\in R\wedge\left|x-2\right|<3\right\}$$

O sea, en general, podemos decir que existe una vinculación entre todas estas expresiones:

$$\mathrm{E}_{(a;\delta)}=\left\{x\,/\,x\in R\wedge\left|x-a\right|<\delta\right\}=(a-\delta;a+\delta)$$



Entorno reducido de un punto

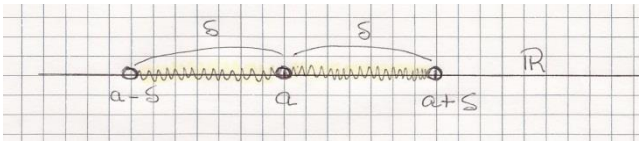
Podemos decir que:

$$E^*_{(2;3)} = \{x / x \in R \wedge |x-2| < 3\} - \{2\}$$

Lo cual significa que el entorno reducido es el mismo entorno pero sin el centro.

$$E^*_{(a;\delta)} = \{x / x \in R \wedge |x-a| < \delta\} - \{a\} = (a-\delta; a+\delta) - \{a\}$$

$$E^*_{(a;\delta)} = E_{(a;\delta)} - \{a\}$$



Veamos algunos ejemplos de aplicación de estos conceptos que hemos visto.

Nota importante. Los conectivos lógicos que se usan en la resolución $\wedge;\vee$ se denominan "y" conjunción y "o" disyunción respectivamente y equivalen a la intersección y unión de conjuntos.

Por lo tanto cuando usemos "$\wedge$", tendremos que pensar en la intersección entre los dos conjuntos y cuando usemos "$\vee$" deberemos buscar la unión de los dos conjuntos.

Resolver las siguientes inecuaciones.

Ejemplo 1

$$\frac{2x-1}{x-2} \le \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{2x-1}{x-2} - \frac{1}{2} \le 0 \quad \Rightarrow \frac{2(2x-1)-(x-2)}{2(x-2)} \le 0$$

$$\Rightarrow \frac{4x-2-x+2}{2(x-2)} \le 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{3x}{2x-4} \le 0$$

$$\Rightarrow \quad 3x \le 0 \wedge 2x-4 > 0 \quad \vee \quad 3x \ge 0 \wedge 2x-4 < 0$$

$$\Rightarrow \quad x \le 0 \wedge 2x>4 \quad \vee \quad x \ge 0 \quad \wedge 2x<4 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x \le 0 \wedge x>2 \quad \vee \quad x \ge 0 \quad \wedge x<2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_1 = \varnothing \qquad \vee \quad [0;2) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{f=} [0;2)$$

Ejemplo 2

$\frac{x-1}{3-x} > \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x-1}{3-x} - \frac{1}{3} > 0 \Rightarrow \frac{3(x-1)-(3-x)}{3(3-x)} > 0$ busco tener 0 en el 2º miembro

$\Rightarrow \frac{3x-3-3+x}{9-3x} > 0 \Rightarrow \frac{4x-6}{9-3x} > 0$ saco común denominador y opero, tengo una fracción

$\Rightarrow$ 4x-6>0 $\wedge 9-3x>0 \vee$ 4x-6<0 $\wedge 9-3x<0$ para que la fracción obtenida sea positiva debe ocurrir esto

$\Rightarrow$ 4x>6 $\wedge$ –3x>-9 $\vee$ 4x<6 $\wedge$ –3x<-9 $\Rightarrow$ despejo x

opero (observar que cuando paso un factor o divisor neg. cambio sentido de desigualdad)

$\Rightarrow$ x>$\frac{6}{4} \wedge$ x<$\frac{-9}{-3} \vee$ x<$\frac{6}{4} \wedge$ x>$\frac{-9}{-3} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ x>$\frac{3}{2} \wedge$ x<3 $\vee$ x<$\frac{3}{2} \wedge$ x>3 $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_1 = \left(\frac{3}{2};3\right) \vee S_2 = \varnothing \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{f=} \left(\frac{3}{2};3\right)$

Ejemplo 3

$3x^2 - 4x < -1 \Rightarrow 3x^2 - 4x + 1 < 0 \Rightarrow 3(x-1)(x-\frac{1}{3}) < 0$

$\Rightarrow (x-1)(x-\frac{1}{3}) < 0$ (esta expresión debe ser negativa pues 3 es positivo) $\Rightarrow$ para que este producto sea negativo deberá ocurrir que los factores sean de distinto signo $\Rightarrow$

$x-1<0 \wedge x-\frac{1}{3} > 0 \vee x-1>0 \wedge x-\frac{1}{3} < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x<1 \wedge x>\frac{1}{3} \vee x>1 \wedge x<\frac{1}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_1 = \left(\frac{1}{3};1\right) \vee S_2 = \varnothing \Rightarrow$

$\Rightarrow S_f = S_1 \cup S_2 = \left(\frac{1}{3};1\right)$

Ejemplo 4

$|x-4|=2 \quad \Rightarrow$ x-4=2 $\vee$ x-4=-2 (por definición de módulo) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ x=2+4 $\vee$ x=-2+4 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ x=6 $\vee$ x=2 $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_f = \{2;6\}$

Ejemplo 5

$\left|x-\frac{1}{4}\right|<\frac{2}{3} \quad \Rightarrow$ (por definición de módulo) $-\frac{2}{3}<x-\frac{1}{4}<\frac{2}{3} \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow -\frac{2}{3}+\frac{1}{4}<x<\frac{2}{3}+\frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad -\frac{5}{12}<x<\frac{11}{12} \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(-\frac{5}{12};\frac{11}{12}\right)$

Tengamos en cuenta que este mismo ejercicio se pudo haber pensado como un entorno, por tanto:

$\Rightarrow \left|x-\frac{1}{4}\right|<\frac{2}{3}=E\left(\frac{1}{4};\frac{2}{3}\right)$ (esto se lee entorno con centro en $\frac{1}{4}$ y radio= $\frac{2}{3}$

$\Rightarrow$ o lo que se lo mismo $=\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{3};\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\right)=\left(-\frac{5}{12};\frac{11}{12}\right)$

Ejemplo 6

$|x+3|>1 \quad \Rightarrow$ (por definición de módulo o valor absoluto)

x+3>1 $\vee$ x+3<-1 $\Rightarrow$ x>1-3 $\vee$ x<-1-3 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ x>-2 $\vee$ x<-4 $\Rightarrow (-\infty;-4)\cup(-2;+\infty)$

RESUMEN

En esta unidad se ha realizado una breve revisión de operaciones en el campo de números reales. El objetivo es que uds puedan operar con solvencia cuando sea necesario, y poder resolver inecuaciones cuando tengamos que buscar dominio en la unidad siguiente, o cuando tengan que buscar conjuntos de negatividad o positividad de una función. Recuerden que es importante que tengan en cuenta qué tipo de intervalo define un entorno, y que sepan a priori hacer una lectura coloquial de los símbolos que aparecen, sobre todo los de valor absoluto.

BIBLIOGRAFÍA

Para la elaboración de esta unidad se ha utilizado toda la Bibliografía mencionada al comienzo del Módulo. Pero mucha ejercitación y explicaciones están a cargo de la docente.