Trabajo Práctico N° 13: Factor común y factor común por grupos

Factorizar un polinomio es escribirlo como producto de factores irreducibles. El concepto es análogo al de descomposición de un número en factores primos. Por ejemplo, el número 30 puede descomponerse en factores así: 30=2.3.5

Los polinomios que pueden factorizarse presentan características según las cuales se agrupan en diferentes casos.

Factor común:

Este caso se aplica cuando en todos los términos de un polinomio figura uno o varios factores repetidos.

El resultado es el producto entre esos factores y el polinomio que resulta de dividir cada término por ese factor.

Para encontrar los factores repetidos procedemos de la siguiente manera:

• De los coeficientes se busca el máximo común divisor.

• De las letras se busca la que esté repetida en todos los términos con el menor exponente que figura en el polinomio.

Ejemplo 1: $P(x) = 3x^2 - 6x^4 + 9x^3 - 12x$

El máximo común divisor de los números es 3 y la letra repetida con el menor exponente es x, por lo tanto el factor común es 3x.

Luego:

$3x^2 - 6x^4 + 9x^3 - 12x = 3x.(x - 2x^3 + 3x^2 - 4)$

Ejemplo 2: $16x^2 + 8x^3 - 4x = 4x.(4x + 2x^2 - 1)$

1) Extraigan factor común.

a) $6x^5 - 6x^4 + 2x^3 =$

b) $\frac{9}{4}x^9 + 3x^8 - \frac{15}{2}x^5 =$

c) $-\frac{2}{9}x^2 - \frac{1}{15}x - \frac{2}{3} =$

d) $-\frac{2}{9}x^7 - \frac{7}{15}x^4 + \frac{1}{3}x^3 =$

e) $3x^5 - \frac{3}{5}x + 6 =$

f) $-\frac{21}{10}x^6 - \frac{35}{6} =$

2) Marquen las opciones correctas.
En cada caso, ¿cuáles expresiones son equivalentes a las dadas?

a) $x^8 - x^2$	b) $x^5 - 2x^2 + x$	c) $x^4.(x^2 - 3x + 1)$	d) $x^3.(x^2 - 3x + 2)$
$x^2.(x^4 - x)$	$x.(x^4 - 2x + 1)$	$2x^6 - 4x^5 + 2x^4$	$3x^5 - 9x^4 + 6x^3$
$x^2.(x^6 - 1)$	$x^5.(-2x^3 + x^4)$	$x^6 - 3x^5 + x^4$	$x^6 - 3x^3 + 2x^3$
$x^8(1 - x^6)$	$x^5.(x - 2x^{-3} + x)$	$x^8 - 3x^4 + x^4$	$x^5 - 3x^4 + x^3$

3) Extrae factor común en cada uno de los siguientes polinomios:

a) $36\,x^2 - 27\,x^4 =$

b) $-12x^3 + 9x^2 - 6x =$

c) $18x^3 + 6x^2 + 9x =$

d) $12x^3 + 8x^2 - 20x =$

e) $3x^3 + 21x^4b + 18x^5 - 9x^6 =$

f) $5yx^8 + 10y^4x^5 + \frac{5}{2}y^3x^2 =$

4) Extraigan factor común.

a) $3x^5 - 6x^3 + 3x^2 =$

b) $\frac{3}{2}x^5 - \frac{3}{10}x^4 + \frac{9}{2}x^3 =$

c) $-2x^4 + 2x^2 - 4x =$

d) $\frac{1}{3}x^7 - \frac{1}{9}x^6 - \frac{5}{3}x^3 + \frac{2}{3}x^2 =$

e) $\frac{3}{2}x^3 - 3x + \frac{21}{2} =$

f) $-\frac{3}{10}x^7 + \frac{6}{5}x^6 + \frac{1}{5}x^3 =$

g) $\frac{3}{4} + \frac{21}{10}x^2 - \frac{3}{2}x^3 =$

h) $-\frac{2}{15}x^4 + \frac{6}{35}x^3 + \frac{2}{5}x^2 =$

5) Escriban V (verdadero) o F (falso) según corresponda.

a) $x^3.(x - 3) = x^3 - 3x$ ☐

b) $x^3.(x^2 - 2x + 1) = x^5 - 2x^3 + 1$ ☐

c) $x^4.(x^2 - 3x + 1) = x^6 - 3x^5 + x^4$ ☐

d) $\frac{3}{2}.\left(x^2 - \frac{2}{3} + 5x^4\right) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{15}{2}x^4$ ☐

e) $\frac{3}{2}.\left(x^2 - \frac{2}{3} + 5x^4\right) = \frac{3}{2}x^2 - 1 + \frac{15}{2}x^4$ ☐

f) $-\frac{1}{3}x^2.\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x - 2\right) = -\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{9}x^3 + \frac{2}{3}x^2$ ☐

Factor común por grupos de igual número de términos:

Para factorear un polinomio que tiene factores comunes en grupos de igual número de términos, se factorean dichos grupos y luego se factorean nuevamente con respecto a un nuevo factor común que aparece entre paréntesis.
Ejemplo:

$P(x) = x^4 - 3x^3 + x - 3$

Primero armamos los grupos (tomando aquellos términos que tengan algún factor en común) y los encerramos entre paréntesis:

$(x^4 - 3x^3) + (x - 3)$

En cada grupo sacamos factor común

$x^3 (x - 3) + 1 (x - 3)$

Volvemos a sacar factor común, ya que el paréntesis aparece en ambos términos:

$(x - 3). (x^3 + 1)$

Obteniendo así el resultado final: $x^4 - 3x^3 + x - 3 = (x - 3). (x^3 + 1)$

6) Extraigan factor común por grupos en los siguientes polinomios.
   a) $x^4 - x^3 + 2x - 2 =$
   b) $x^5 - 3x^3 - 2x^2 + 6 =$
   c) $x^3 - 2x^2 - x + 2 =$

7) Extrae factor común por grupos:

a) $x^3 - 5x - 3x^2 + 15 =$

b) $12x^3 - 8x^2 - 3x + 2 =$

c) $10x^3 - 8x^2 + 15x - 12 =$

d) $24a^2x^5 + 18a^3x^4 - 30ax^2 =$

e) $a^2 + ab + ax + bx =$

f) $a^2x^2 - 3bx^2 + a^2y^2 - 3by^2 =$

8) Extraigan factor común por grupos.

a) $2x^4 - 4x^3 + 3x - 6 =$

b) $\frac{3}{2}x^6 - 3x^5 - 2x + 4 =$

c) $x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 4x^2 =$

d) $3x^3 - 2x^2 - 9x + 6 =$

e) $6x^3 + 5x^2 + 48x + 40 =$

f) $2x^5 + 4x^3 - x^2 - 2 =$

g) $4x^7 - 12x^5 + 3x^2 - 9 =$