Trabajo Práctico N° 14: Trinomio cuadrado perfecto y cuatrinomio cubo perfecto

Trinomio cuadrado perfecto:

Sabemos que al resolver el cuadrado de un binomio se obtiene un trinomio llamado **trinomio cuadrado perfecto: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$**

De acuerdo con la definición de cuadrado de un binomio resulta que, en el trinomio cuadrado perfecto, dos de sus términos son cuadrados perfectos y el término restante es el doble producto de las bases de los cuadrados.

Si tenemos un polinomio de tres términos, y reconocemos en él el formato anterior, entonces se puede factorear escribiéndolo nuevamente como potencia

Ejemplo: $x^2 + 4x + 4$

Para factorearlo debemos reconocer en él, el formato del trinomio cuadrado perfecto:

$a^2 + 2ab + b^2$

Buscamos dos términos que sean cuadrados perfectos y le sacamos la raíz cuadrada

$a^2 = x^2$ entonces $a = x$

$b^2 = 4$ entonces $b = 2$

Verificamos ahora si el término restante es el doble producto de a por b:

$2\,a\,b = 2\,x\,2 = 4x$

Esto significa que el polinomio dado sí tiene la forma de trinomio cuadrado perfecto, por lo tanto se puede factorear: $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$

1) Desarrollen las siguientes expresiones.

a) $(2x-4)^2 =$

b) $\left(\frac{1}{2}x - 5\right)^2 =$

c) $(x^3 - 2)^2 =$

d) $(x+6)^2 =$

2) Expresen cada trinomio cuadrado perfecto como el cuadrado de un binomio.

a) $x^2 - 10x + 25$

b) $9x^2 - 12x + 4$

c) $\frac{1}{9}x^{10} + \frac{1}{3}x^5 + \frac{1}{4}$

d) $x^6 + 4x^4 + 4x^2$

3) Completen con el valor que corresponde para que resulte un trinomio cuadrado perfecto.

a) $x^2 + \cdots x + 9$

b) $\ldots x^2 - 20x + 25$

c) $9x^2 - 12x + \cdots$

d) $4x^2 + \cdots x + 9$

4) Analicen si los siguientes trinomios son cuadrados perfectos. Si lo son, factorícenlos.

a) $1 + 18x + 81x^2 =$

b) $\frac{4}{9}x^4 - \frac{2}{3}x^2 + 1 =$

c) $9 - 30x + 25x^2 =$

d) $\frac{1}{9}x^2 + 16 + 8x =$

e) $\frac{9}{25} + 4x^4 - \frac{12}{5}x =$

f) $4x^2 + 4x + 1 =$

g) $\frac{1}{81}x^4 + \frac{2}{3}x^2 + 9 =$

5) Desarrollen las siguientes expresiones.

a) $(2x - 3)^2 =$

b) $(-2x^2 + 5)^2 =$

c) $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}x\right)^2 =$

d) $\left(2x + \frac{1}{3}\right)^2 =$

e) $\left(\frac{3}{5}x^2 - \frac{1}{4}\right)^2 =$

<u>Cuatrinomio cubo perfecto:</u>

Recordemos que el cubo de un binomio da por resultado un cuatrinomio llamado cuatrinomio cubo perfecto: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Este caso es similar al anterior, sólo que el polinomio dado debe ser un cuatrinomio y el resultado del factoreo debe ser el cubo de un binomio.

Ejemplo:

$x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

Debemos reconocer en el polinomio dado el formato $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ para ello buscamos dos términos que sean cubos perfectos y les sacamos la raíz cúbica

$a^3 = x^3$ entonces $a = \sqrt[3]{x^3} = x$

$b^3 = 8$ entonces $b = \sqrt[3]{8} = 2$

Verificamos ahora si los dos términos restantes responden al formato $3a^2b$ y $3ab^2$

$3a^2b = 3(x)^2 2 = 6x^2$

$3ab^2 = 3x(2)^2 = 12x$

Comprobamos que efectivamente sí tiene el formato indicado, por lo tanto:

$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = (x + 2)^3$

6) Desarrollen las siguientes expresiones algebraicas.

a) $(x+6)^3 =$

b) $\left(\frac{3}{2}x-2\right)^3 =$

c) $(x^5-2x)^3 =$

d) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^3 =$

7) Expresen cada cuatrinomio cubo perfecto como el cubo de un binomio.

a) $x^3-9x^2+27x-27$

b) $8x^3+36x^2+54x+27$

c) $\frac{1}{8}x^6+\frac{3}{4}x^4+\frac{3}{2}x^2+1$

d) $27x^6-81x^5+81x^4-27x^3$

8) Analicen si los siguientes cuatrinomios son cubos perfectos. Si lo son, factorícenlos.

a) $-x^3-9x^2-27x-27 =$

b) $x^3+6x^2+12x+8 =$

c) $x^3+64-12x^2-48x =$

d) $\frac{27}{64}x^3+\frac{27}{16}x^2+\frac{9}{4}x+1 =$

e) $\frac{1}{8}-\frac{9}{4}x+\frac{15}{2}x^2-125\,x^3 =$

9) Completen con $=$ *o* $\neq$ según corresponda.

a) $(3x-2)^2$ … … … …. $9x^2-4$

b) $(5x-2)^2$ … … … …. $25x^2-20x+4$

c) $(-2x+1)^2$ … … … $-4x^2-4x+1$

d) $(x-1)^3$ … … … …. x^3-3x^2+3x+1

e) $(2x-2)^3$ … … … …. x^3

f) $(3x^2-1)^3$ … … …. $27x^5-27x^4+9x^2+1$

10) Escriban la expresión factorizada.

a) $9x^2-6x+1 =$

b) $\frac{1}{9}x^2-\frac{4}{3}x+4 =$

c) $9x^4+12x^2+4 =$

d) $\frac{1}{9}x^4+\frac{4}{3}x^2+4 =$

e) $\frac{1}{4}x^6-2x^3+4 =$

f) $\frac{1}{9}x^6-2x^4+9x^2 =$

g) $x^3-15x^2+75x-125 =$

h) $-8x^3+36x^2-54x+27 =$

i) $-\frac{1}{8}x^6-\frac{3}{2}x^4-6x^2-8 =$

j) $-x^6+x^5-\frac{1}{3}x^4+\frac{1}{27}x^3 =$

k) $-8x^9+12x^6-6x^3+1 =$

l) $-x^6+\frac{3}{7}x^5-\frac{3}{49}x^4+\frac{1}{343}x^3 =$