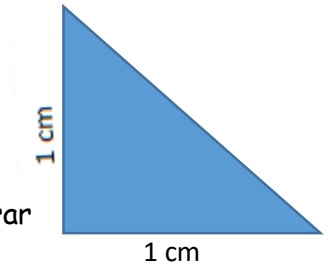
Trabajo Práctico N° 2: Números Reales

¿Cuánto mide la hipotenusa de este triángulo rectángulo?



Según el teorema de Pitágoras: $h^2 = 1^2 + 1^2$

De donde h= $\sqrt{2}$

Si utilizamos una calculadora científica de diez dígitos para hallar $\sqrt{2}$, al borrar el visor, volver a ingresar 1,414213562 y elevarlo al cuadrado debería dar 2.
Sin embargo, el valor que se obtiene es 1,999999998. Por lo tanto, $\sqrt{2}$ es la expresión exacta y 1,414213562 es un valor aproximado.

En internet pueden obtener más cifras decimales de $\sqrt{2}$:

1,4142135623730950488016887… y observar que la parte decimal NO ES PERIÓDICA, o sea, no ocurre que a partir de cierto lugar un grupo de cifras se repita una y otra vez.

$\sqrt{2}$ es un número IRRACIONAL y, como tal, tiene INFINITAS CIFRAS DECIMALES NO PERIÓDICAS.

> Los números irracionales son aquellos que no se pueden expresar como fracción. Su expresión decimal tiene infinitas cifras decimales no periódicas.
>
> Por eso, se suele mencionar a estos números con el cálculo que los genera o se les asigna un nombre. Ejemplos: $\pi \cong 3{,}141592 \ldots$
>
> $e \cong 2{,}718281 \ldots$ $\qquad$ $\varphi \cong \dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

1) Indiquen cuáles de estos números son irracionales (pueden usar calculadora).
   a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
   b) 0
   c) $-\sqrt{6}$
   d) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$
   e) $\sqrt{-6}$
   f) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
2) Ordenen estos números de menor a mayor:
   - π ;π^2; $\sqrt{5}+3$; $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; $-3{,}8$; 0; $\frac{5}{4}$; $\frac{36}{25}$; $\sqrt{2}$
3) Marquen las opciones correctas.
   a) Los números que son irracionales.

$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{4}$	π	$\sqrt{-2}$

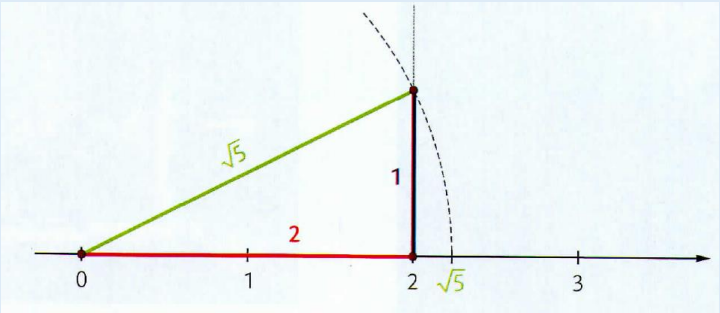
b) Las operaciones cuyos resultados son números irracionales.

$\sqrt{2}.\sqrt{18}$	$\sqrt{5}+1$	$-\sqrt{2}+\sqrt{3}$	$-\sqrt{9}+\frac{1}{2}$

4) Propongan un número irracional y uno racional que estén comprendidos entre los que se dan en cada caso.
   a) 4,9 y 4,99
   b) 0,1 y 0,001
   c) $\sqrt{6}$ y 2,45
   d) $-\sqrt{5}\ y -\sqrt{5}+0{,}01$

<u>Ubicación en la recta numérica</u>

Hay distintos tipos de números irracionales. En particular, todas las raíces cuadradas de números naturales que no son enteras, son irracionales. Su representación en la recta numérica es sencilla si utilizamos el teorema de Pitágoras.



5) Representen $\sqrt{2}$ en la recta numérica. Luego, representen: $-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2}; 1-\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}$

6) Representen en la recta numérica los siguientes números, usando una escala de 1 cm.

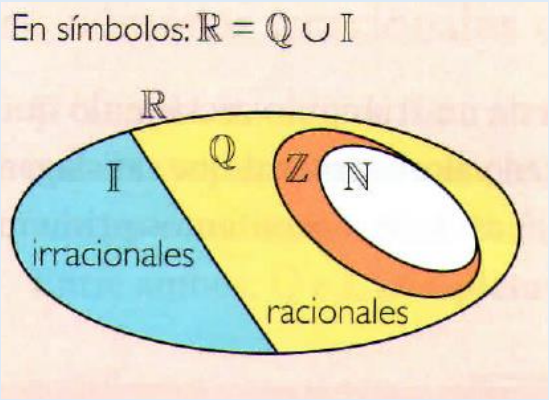
   a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
   b) $\sqrt{5}-1$
   c) $-2.\sqrt{3}$
   d) $-\sqrt{2}+2$
   e) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$
   f) $-2.\sqrt{5}+\sqrt{2}$

7) Representen en la recta numérica: $\sqrt{7}\ y\ \sqrt{10}$

8) ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas? En caso de ser falsas, den un contra ejemplo.

a) La suma de dos números racionales da como resultado un número racional.
b) La suma de dos números irracionales da otro número irracional.
c) La suma de un número racional con un número irracional da un número irracional.
d) Todas las operaciones anteriores dan como resultado números reales.

El conjunto de los números reales (R) está formado por la unión del conjunto de los racionales (Q) y el de los irracionales (I).



De esta forma, hablamos de la COMPLETITUD de la recta numérica: cada punto de la recta representa un número real y, y todo número real está representado en la recta.

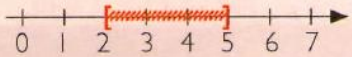
9) Resuelvan las siguientes inecuaciones. Luego, representen la solución como intervalo y en la recta numérica.
   a) $4x - 3 \leq 2$
   b) $7x + 5 \geq 2 + 4x$
   c) $(x-1).(x+1) - (x+1)^2 < 4x + 6$
   d) $(x-1)^2 + 2x(3 - 0{,}5x) \leq 1$
   e) $(x-2)^2 - x.(x-3) > x + 5$

10) Resuelvan las siguientes inecuaciones. Expresen el conjunto solución utilizando notación de intervalo.
   a) $104 - 9x \geq 4.(5x - 3)$
   b) $-\frac{x}{4} - 4 \geq \frac{5x}{3} - \frac{1}{6}$
   c) $3\,(4 - x) \geq 18x + 5$
   d) $3x - 12 \leq \frac{5x-6}{4}$
   e) $\frac{2x-4}{3} \geq 2x + 8$
   f) $\frac{3x-2}{5} - 0{,}8 < \frac{3}{4}\left(1{,}2x - 0{,}\hat{6}\right) + 0{,}3$
   g) $3{,}75\left(\frac{2}{5}x - 0{,}2\hat{6}\right) \leq \frac{5x-1}{3} - 0{,}3$

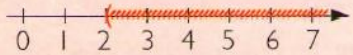
Un **intervalo** de números reales es un subconjunto de la recta real. Por ejemplo:

- el intervalo (2; 5), formado por los x tales que $2 < x < 5$

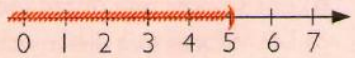
- el intervalo [2; 5], formado por los x tales que $2 \leq x \leq 5$



- el intervalo (2; +∞), formado por los x tales que $2 < x$



- el intervalo (−∞; 5), formado por los x tales que $x < 5$



Cuando el intervalo incluye un extremo se lo indica con un corchete; si lo excluye, se lo indica con un paréntesis.