Colegio San Patricio

Matemática 3° año - 2015

Prof. Selva Hernández

Trabajo Práctico N° 10 : Expresiones algebraicas fraccionarias.

Las expresiones algebraicas fraccionarias son aquellas en las que el numerador y el denominador son polinomios. $\frac{p(x)}{q(x)}$

Como la división por cero no está definida, una expresión de este tipo estará definida sólo para los números reales x para los que q(x) es diferente de cero.

Ejemplo: La expresión racional $\frac{x^2-1}{x+1}$ **está definida para todo valor de x, menos para x= -1**

La forma de operar (suma, resta, multiplicación y división) con ellas, sigue las mismas reglas que las operaciones con fracciones ordinarias.

Simplificación de fracciones algebraicas

La *simplificación de fracciones* algebraicas se realiza igual que la simplificación de fracciones ordinarias: dividiendo el numerador y el denominador por factores comunes. Para simplificar al máximo habrá que factorizar los polinomios numerador y denominador.

Ejemplo: $\frac{2x^3-2x^2}{x^3-x^2+x-1} = \frac{2(x-1)x^2}{(x^2+1)(x-1)} = \frac{2x^2}{x^2+1}$ para x distinto de 1

1) Dadas las siguientes expresiones, indicar para qué valores está definida cada una de ellas y luego simplificarlas.

a) $\frac{5x^2-5}{x-1} =$

b) $\frac{h^2-1}{h^2+2h+1} =$

c) $\frac{a^2-4a+4}{a^2-2a} =$

d) $\frac{10a^2}{2a} =$

f) $\frac{4a-4}{4a} =$

g) $\frac{a^2-6a+9}{2a-6} =$

h) $\frac{6a-3}{10a-5} =$

i) $\frac{9a^2-9a}{15-15a} =$

Suma y resta de expresiones algebraicas fraccionarias

La suma de fracciones algebraicas se hace igual que la suma de fracciones numéricas. Por tanto:

$$\frac{A(x)}{B(x)} \pm \frac{C(x)}{D(x)} = \frac{A(x)\cdot D(x) \pm C(x)\cdot B(x)}{B(x)\cdot D(x)}; \qquad \frac{A(x)}{B(x)} \pm C(x) = \frac{A(x) \pm C(x)\cdot B(x)}{B(x)}$$

Así, por ejemplo:

$$\frac{x^2}{x+1} + \frac{1-2x^2}{2x+3} = \frac{x^2(2x+3)+(1-2x^2)(x+1)}{(x+1)(2x+3)} = \frac{2x^3+3x^2+x+1-2x^3-2x^2}{(x+1)(2x+3)} = \frac{x^2+x+1}{(x+1)(2x+3)}$$

Para $x \neq -1$ y $x \neq -3/2$

2) Realizar las siguientes operaciones, indicando previamente las restricciones de las variables que correspondan.

a) $\frac{n-3}{2n} - \frac{3n+4}{2n} =$

b) $\frac{1}{10a} + \frac{2a+5}{2a} =$

c) $\frac{2}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{2}{x^3} =$

d) $\frac{1}{a+b} - \frac{a}{a^2-b^2} =$

e) $\frac{2b+5}{2b+4} - \frac{b}{b+2} =$

f) $\frac{18-6b}{b-3} + \frac{4b+12}{b+3} =$

g) $\frac{8}{b-2} + \frac{b}{b-2} + \frac{2-b}{b+2} =$

h) $\frac{b+1}{2} - 3 =$

i) $4 - \frac{b-1}{3} =$

j) $\frac{x^2}{x+1} - \frac{x}{2} + \frac{x^2+x}{2x+2} =$

Producto y división de expresiones algebraicas fraccionarias

El producto y la división de fracciones algebraicas, se hace igual que con fracciones numéricas.

Por tanto: $\frac{A(x)}{B(x)} \cdot \frac{C(x)}{D(x)} = \frac{A(x)\cdot C(x)}{B(x)\cdot D(x)}; \qquad \frac{A(x)}{B(x)} : \frac{C(x)}{D(x)} = \frac{A(x)\cdot D(x)}{B(x)\cdot C(x)}$

Por ejemplo:

a) $\frac{2x-2}{x^2+1} \cdot \frac{x^2}{x-1} = \frac{(2x-2)x^2}{(x^2+1)(x-1)} = \frac{2x^3-2x^2}{x^3-x^2+x-1}$ Para $x \neq 1$

b) $\frac{x^2-9}{2x+1} : \frac{x+3}{3-x} = \frac{(x^2-9)\cdot(3-x)}{(2x+1)(x+3)} = \frac{(x+3)(x-3)(3-x)}{(2x+1)(x+3)} = -\frac{(x-3)^2}{2x+1}$

Para $x \neq -3, 3, -1/2$

3) Realizar las siguientes operaciones, indicando previamente las restricciones de las variables que correspondan.

a) $\frac{2n}{n+1} \cdot \frac{n^2+2n+1}{6n^2} \cdot \frac{3n}{n^2+n} =$

b) $\frac{x^3-x^2+x}{x^3+1} \cdot \frac{x+1}{4x^2+4x} =$

c) $\frac{d^2-6d+9}{(d+3)^2} : \frac{d^3-3d^2}{d^2-9} =$

d) $\frac{x^2-4x+4}{x-1} : \frac{x^2-2x}{x^2-1} =$

e) $\frac{x^3+3x^2+3x+1}{(x+1)^2} \cdot \frac{x^2-2x+1}{x^2-1} =$

f) $\left(\frac{25-36b^2}{b^3-4b}\right) : \left(\frac{25+30b}{b^3-2b^2}\right) =$

g) $\left(\frac{b^3-8}{b^2-4}\right) : \left(\frac{2b^4+4b^3+8b^2}{2b^3+4b^2}\right) =$