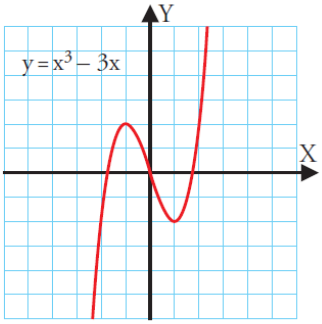
Colegio San Patricio
A-019 - Incorporado a la Enseñanza Oficial
Fundación Educativa San Patricio

Matemática 5° año – 2015

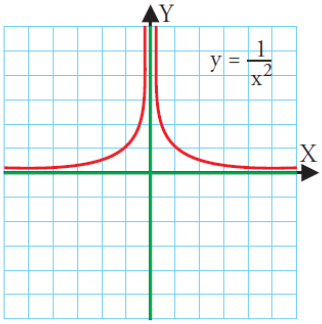
Prof. Selva Hernández

Trabajo Práctico N° 9: Continuidad y discontinuidad

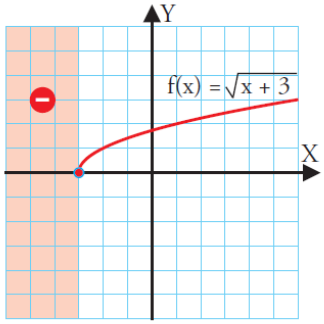
Ejemplo de estudio gráfico de la continuidad de tres funciones:



Es una función polinómica y es continua en todo su dominio, la recta real, $\mathbb{R}$



Es una función racional y es continua en todo el dominio. Es discontinua en x = 0



Es una función irracional de índice par y es continua en todo el dominio.

Relación entre continuidad y límite:

Una función es continua en x = a si existe el valor de la función y el límite en x = a, y ambos son iguales, es decir:

$$\mathbf{f(a) = \lim_{x \to a} f(x)}$$

Ejemplo

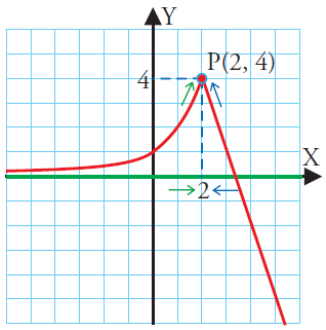
Estudia la continuidad en x = 2 de $f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{si } x \leq 2 \\ -3x + 10 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

a) $f(2) = 2^2 = 4$

b) Como la función está definida a trozos y 2 es un extremo de los intervalos del dominio, se calculan los límites laterales.

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^+} (-3x + 10) = -3 \cdot 2^+ + 10 = -6 + 10 = 4$$

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} 2^x = 2^{2^-} = 4$$



Como los límites laterales son iguales, se tiene que $\lim_{x \to 2} f(x) = 4$, y, como es igual al valor de la función, f(2) = 4, la función f(x) es continua en x = 2

1) Representá gráficamente las siguientes funciones y estudiá la continuidad.
   a) $y = -x^2 + 4x + 1$
   b) $f(x) = \frac{2}{x}$
   c) $y = \sqrt{x}$

2) Representá la función $f(x) = \sqrt{x+3}$ y calculá los siguientes límites.
   a) $\lim_{x \to 1} f(x)$
   b) $\lim_{x \to -2} f(x)$

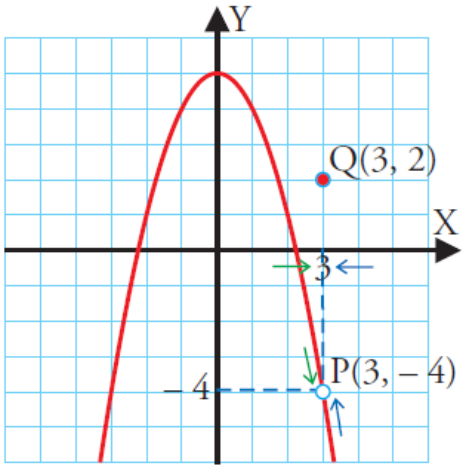
3) Representá gráficamente la función f(x) y calculá los límites laterales en x=2.

4) $F(x) = \begin{cases} -x^2 + 5 & si\ x \leq 2 \\ -x & si\ x > 2 \end{cases}$

5) Estudiá analíticamente, la discontinuidad de las siguientes funciones; luego comprobá tus resultados con lo que observás en cada gráfica.

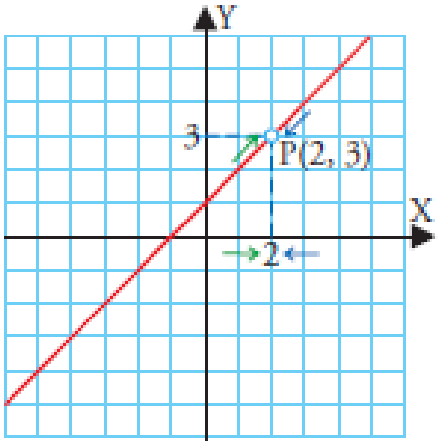
a)

$$f(x) = \begin{cases} 5 - x^2 & \text{si } x \neq 3 \\ 2 & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

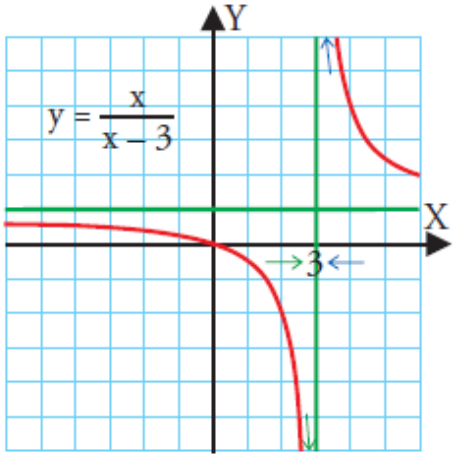


b)

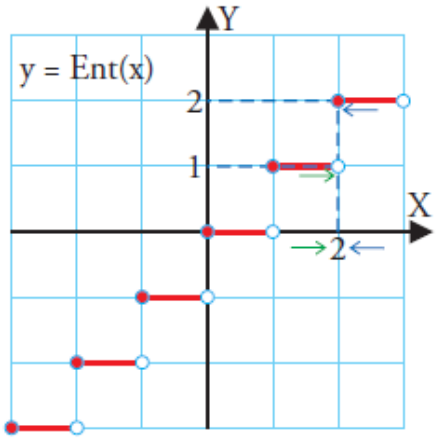
$$f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$$



c) $f(x) = \frac{x}{x-3}$



d) $f(x) = Ent\ (x)$



6) Estudiá la continuidad de las siguientes funciones. Clasificá las discontinuidades y estudiá el comportamiento asintótico de las mismas (si corresponde).

a)

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si} & x < -1 \\ -1 & \text{si} & -1 < x \leq 0 \\ -x^2 & \text{si} & 0 < x \end{cases}$$

b)

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & \text{si} & x < 0 \\ \sqrt{x} & \text{si} & x \geqslant 0 \end{cases}$$

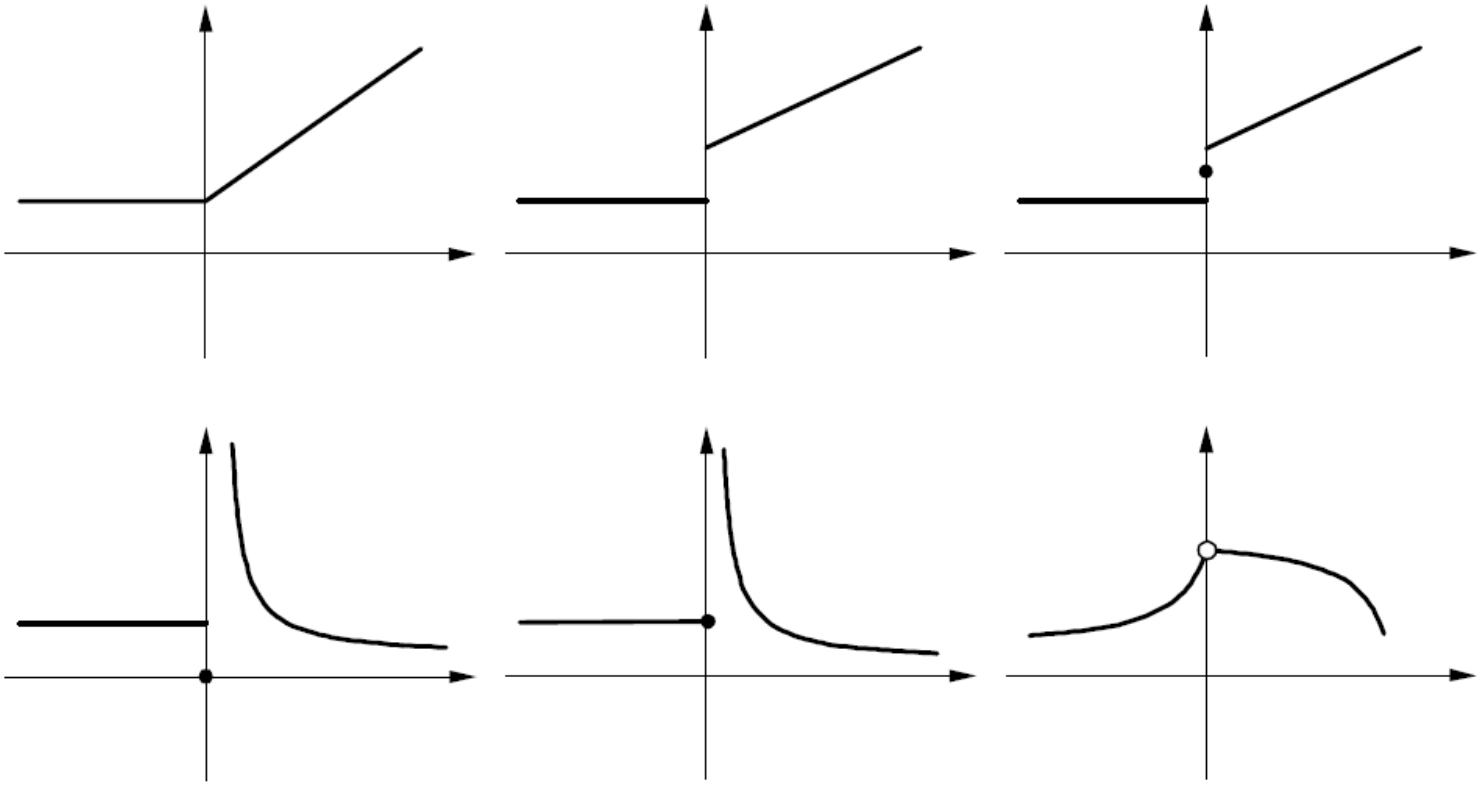
c) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 3x}$

d) $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

e) $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$

f) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

g) $f(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}$

h) $f(x) = \frac{2x}{(x+2)^2}$

7) Observando las gráficas, discutan para x=0 los siguientes aspectos:
   a) La existencia de los límites laterales.
   b) La existencia del límite.
   c) La continuidad.