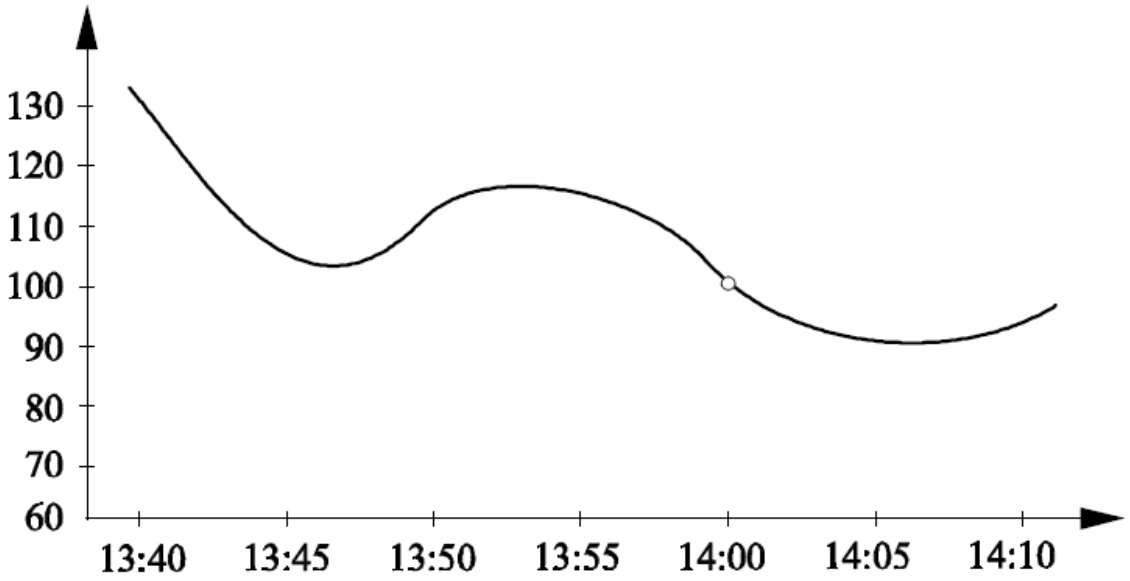
Colegio San Patricio
A-019 - Incorporado a la Enseñanza Oficial
Fundación Educativa San Patricio

MATEMÁTICA 5° AÑO – 2015

Prof. Selva Hernández

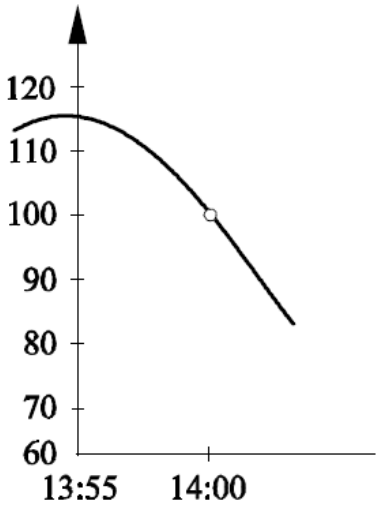
Trabajo Práctico N° 5: introducción al cálculo de límites

1) Un dispositivo registra los valores de la frecuencia cardíaca de un paciente internado, generando una gráfica. Debido a una falla en el dispositivo de impresión en la gráfica no aparece el valor correspondiente a las 14 horas. La figura siguiente es el gráfico obtenido:

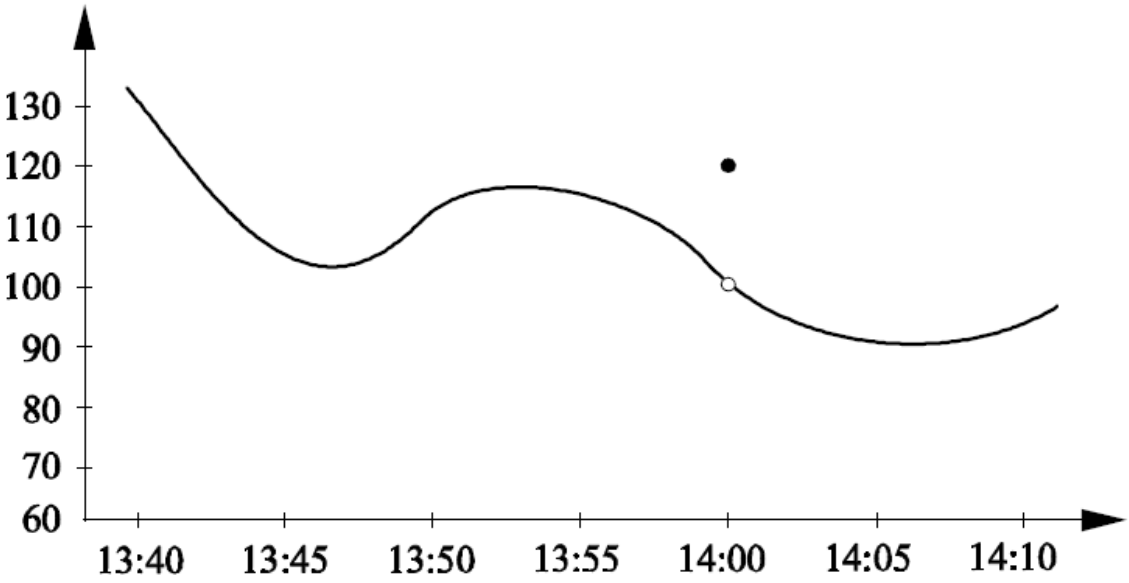


Considerando la situación descripta, respondan a las siguientes preguntas:

a) ¿Qué valor esperan que haya tenido la frecuencia cardíaca a las 14:00?
b) Para responder a la pregunta anterior, ¿qué intervalo o intervalos tuvieron en cuenta? Por ejemplo ¿importan los valores de la frecuencia cardíaca antes de las 13:50?
c) Si el gráfico suministrado hubiera sido el siguiente ¿cuál sería el valor esperado para la f.c. a las 14:00?

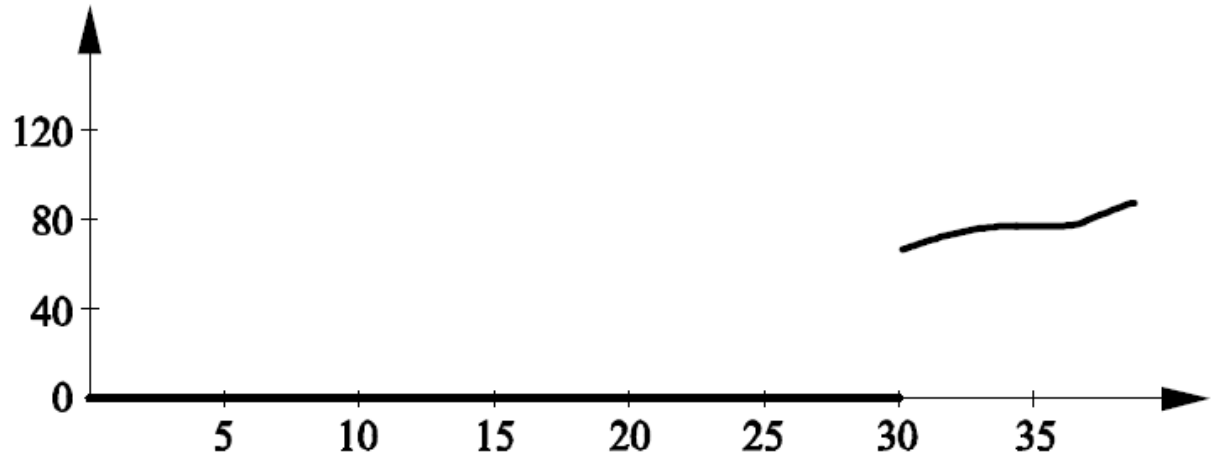


d) Supongamos ahora que la gráfica es la siguiente ¿cuál sería el valor esperado para la f.c. a las 14:00?



2) Consideremos ahora la siguiente situación: Un individuo sufre un paro cardiaco mientras está internado en el hospital. Rápidamente es sometido a un proceso de reanimación el cual tiene éxito después de 30 segundos, restableciendo su frecuencia cardiaca a un valor de 80.

a) Discutan la validez de la siguiente gráfica, que representa la frecuencia cardiaca en función del tiempo (t es el tiempo medido en segundos, y t = 0 es el instante en el cual comienza el procedimiento de reanimación).



b) ¿Cuál dirían Uds. que es el valor esperado de la frecuencia cardiaca en t = 30?

c) ¿Es posible dar una respuesta que sea coherente al mismo tiempo con lo sucedido antes de ese instante y con lo sucedido después?

<u>Estimación de límites numérica y gráficamente</u>

3)

a) Supongamos que se nos pide graficar la función f dada por la fórmula: $f(x) = \frac{x^3-1}{x-1}$
Para todos los valores distintos de x= 1, es posible emplear las técnicas usuales de representación de curvas. Sin embargo, en x= 1, no está claro que esperar.

a) Para obtener una idea del comportamiento de la gráfica cerca de x=1, completen la siguiente tabla:

x	0,75	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,25
$f(x)$					¿?				

b) Grafiquen la función e interpreten la gráfica y la tabla. ¿De qué tipo de gráfica se trata?

La conclusión de la actividad anterior es general y se puede expresar de la siguiente manera: Si una función tiene un valor esperado L en un punto x_0 entonces cada vez que nos aproximemos a x_0 por una serie de valores (sin importar la forma en que lo hagamos), los valores de la función en los números de esa serie se aproximarán a L.

Esto justifica la siguiente denominación: si f tiene un valor esperado L en x_0 diremos

que L es **el límite de** $f(x)$ **cuando** x **tiende a** x_0, y lo denotaremos:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L$$

4) Evaluar la función $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$ en varios puntos cerca de x=0 y usar el resultado para estimar el límite $\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$

x	-0,1	-0,01	-0,001	-0,0001	0	0,0001	0,001	0,01	0,1
$f(x)$					¿?				

5) Evaluar cada función en distintos valores de x para completar la tabla, y usar los resultados para estimar el límite. Luego, graficar cada función para comprobar el resultado.

a) $\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{x^2-x-2}$

x	1,9	1,99	1,999	2,001	2,01	2,1
$f(x)$						

b) $\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{x^2-4}$

x	1,9	1,99	1,999	2,001	2,01	2,1
$f(x)$						

c) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}{x}$

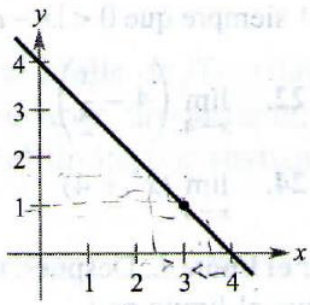
x	-0,1	-0,01	-0,001	-0,0001	0,0001	0,001	0,01	1,0
$f(x)$								

d) $\lim_{x\to -3} \frac{\sqrt{1-x}-2}{x+3}$

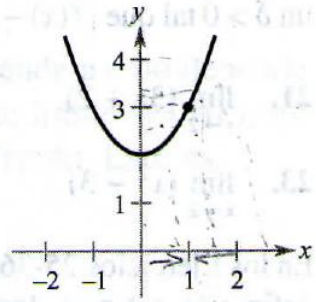
x	-3,1	-3,01	-3,001	-2,999	-2,99	2-,9
$f(x)$						

6) En cada caso, utilicen las siguientes gráficas para calcular el límite (si existe).

$\lim_{x\to 3} (4 - x)$

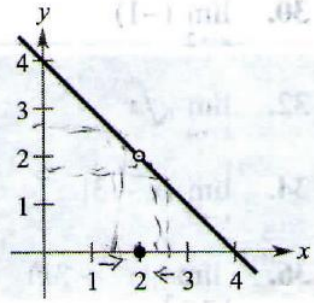


$\lim_{x\to 1} (x^2 + 2)$



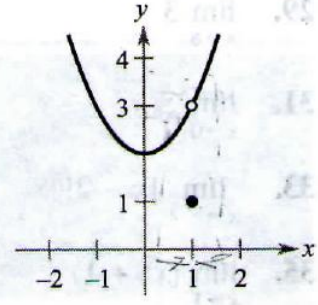
$\lim_{x\to 2} f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x, & x \neq 2 \\ 0 & x = 2 \end{cases}$$

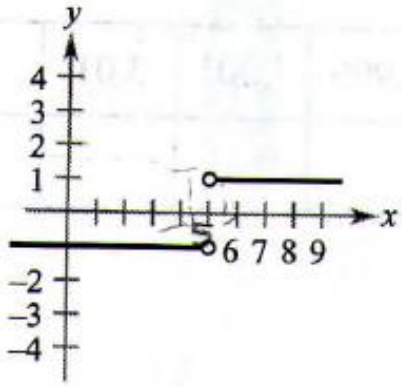


$\lim_{x\to 1} f(x)$

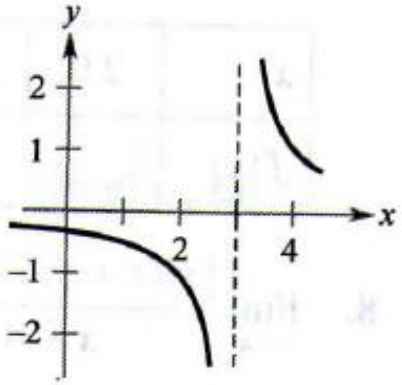
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \neq 1 \\ 1 & x = 1 \end{cases}$$



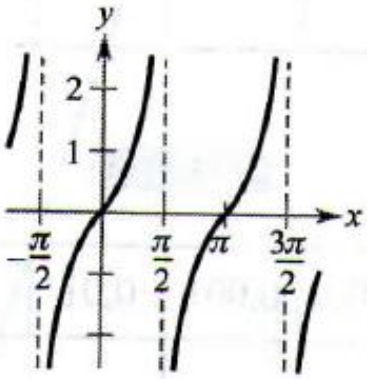
$$\lim_{x \to 5} \frac{|x-5|}{x-5}$$



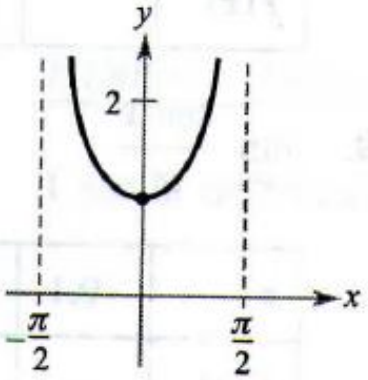
$$\lim_{x \to 3} \frac{1}{x-3}$$



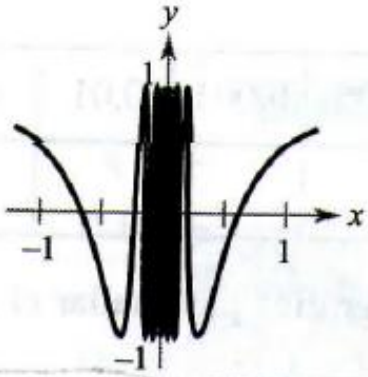
$$\lim_{x \to \pi/2} \operatorname{tg} x$$



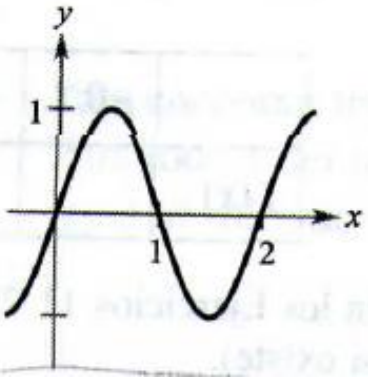
$$\lim_{x \to 0} \sec x$$



$$\lim_{x \to 0} \cos \frac{1}{x}$$



$$\lim_{x \to 1} \operatorname{sen} \pi x$$



7) Grafiquen las siguientes funciones en un intervalo alrededor del punto que se indica. A partir de la gráfica decidan si f tiene un valor esperado en dicho punto, y en caso afirmativo digan cuál es ese valor.
OJO: en las gráficas generadas por programas graficadores no es posible ver un agujero del tamaño de un punto.

$$f(x) = x^2 + 3 \qquad x_0 = 2$$

$$f(x) = 3x + \sqrt{x} \qquad x_0 = 0$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \qquad x_0 = 0$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \neq 1 \\ 0 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{1-x}{x} \qquad x_0 = 0$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2-1} \qquad x_0 = 1$$

$$f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \qquad x_0 = 1$$

$$f(x) = \frac{|x|}{x} \qquad x_0 = 0$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$