# TP: INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

## PRIMERO RESOLVER LAS SIGUIENTES INECUACIONES...

**1** $2(x+1)-3(x-2)<x+6$

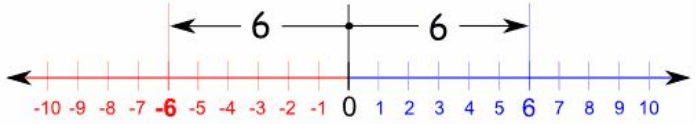
**2** $\frac{3x+1}{7}-\frac{2-4x}{3}\geq\frac{-5x-4}{14}+\frac{7x}{6}$

**3** $6\left(\frac{x+1}{8}-\frac{2x-3}{16}\right)>3\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}\right)-\frac{3}{8}(3x-2)$

## VALOR ABSOLUTO

### Valor absoluto de un número real

Cualquier número **a** tiene su representación en la recta real. El valor absoluto de un número representa la distancia desde ese número al origen.




Observe en el dibujo que la distancia del 6 al origen es 6 unidades, igualmente la distancia del punto −6 al origen es 6. En notación, esto es $|-6|=6$ .

Las barras se leen como el **valor absoluto** de lo que esta dentro de ellas.

En el valor absoluto no importa en que lado de la recta real está representado el número.

De modo general, el **valor absoluto** de un número real **a** , **se escribe** $|a|$ , es el **mismo número a** cuando es **positivo o cero** , y **opuesto** de **a** , si a es **negativo** .

Analíticamente podemos ver que si **a** es positivo, es decir esta a la derecha del cero, entonces $|a|=a$ y si está a la izquierda del origen, es decir si **a** es negativo, entonces $|a|=-a$ .

Formalmente, el *valor absoluto* o *módulo* de todo **número real** $|a|$ está definido por:

$$|a|=\begin{cases} a, & \text{si } a\geq 0 \\ -a, & \text{si } a<0 \end{cases}$$

Por definición, el valor absoluto de $|a|$ siempre será mayor o igual que ceroy nunca negativo.

Desde un punto de vista geométrico, el valor absoluto de un número real $|a|$ es siempre positivo o cero, pero nunca negativo.

En general, el valor absoluto de la diferencia de dos números reales $|a-b|$ es la distancia entre ellos.

## Ecuaciones con valor absoluto

Si **x** es una incógnita en la expresión **|x − 3|** , entonces no sabemos si **x − 3** es positivo o negativo. Ahora bien, si tenemos la ecuación:

**|x − 3| = 5**

deberíamos considerar las dos posibilidades de signo. Es decir hay dos alternativas:

**x − 3 = 5**

o bien

**x − 3 = −5**

La primera es en el caso de que **x − 3** sea positivo, la segunda en la situación de que sea negativo.

Resolviendo las dos ecuación, tenemos que

**x = 8** o bien **x = −2**

Efectivamente, estos valores de **x** satisfacen la ecuación: **|x − 3| = 5**

## Propiedades fundamentales

| | |
|---|---|
| $\|a\| \geq 0$ | |
| $\|a\| = 0 \iff a = 0$ | |
| $\|ab\| = \|a\|\|b\|$ | **Propiedad multiplicativa** |
| $\|a + b\| \leq \|a\| + \|b\|$ | **Propiedad aditiva** |

## Otras propiedades

| | |
|---|---|
| $\|-a\| = \|a\|$ | **Simetría** |
| $\|a - b\| = 0 \iff a = b$ | |
| $\left\|\frac{a}{b}\right\| = \frac{\|a\|}{\|b\|} (si\ b \neq 0)$ | |

## Otras dos útiles inecuaciones son:

$$|a| \leq b \iff -b \leq a \leq b$$
$$|a| \geq b \iff a \geq b \vee a \leq -b$$

## AHORA VAMOS A USAR ESTA TEORÍA COMO AYUDA PARA RESOLVER LOS SIGUIENTES EJERCICIOS DE INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO...

**EJERCICIO 1:**

$$|2x+1|<5$$

**EJERCICIO 2:**

$$|x+2|\geq 5$$

**EJERCICIO 3:**

$$4+2|3x-6|<6$$