PRACTICA - CBC.[1]

CONJUNTOS

EJERCICIO 1:

Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) $2 \in \{1,2,3,6,7\}$

b) $3 \notin \{1,2,3,6,7\}$

c) $\{2,6\} \subseteq \{1,2,3,6,7\}$

d) $\{2,6,8\} \subseteq \{1,2,3,6,7\}$

e) $\{2,4\} \nsubseteq \{1,2,3,6,7\}$

---

[1] **PRÁCTICA DEL CBC**
http://www.mate.cbc.uba.ar/51/practica.pdf

CICLO BÁSICO COMÚN – UBA – MATEMÁTICA 61 (AGRONOMÍA)
http://www.mate.cbc.uba.ar/61/practica.pdf

TEORÍA DE VECTORES - GEOMETRÍA - MATRICES
http://www.mate.cbc.uba.ar/27/practica.pdf

INGENIERÍA 2016
(teórico práctico de números complejos)
ALGEBRA VECTORIAL TEORIA Y PRACTICA
http://www.mate.cbc.uba.ar/62/practica.pdf

EXACTAS E INGENIERÍA 2017
http://www.mate.cbc.uba.ar/28/practica.pdf

TEORÍA
http://www.mate.cbc.uba.ar/28/teoricas.htm

CS. ECONÓMICAS 2015
ALGEBRA
http://www.mate.cbc.uba.ar/71/practica.pdf
ANÁLISIS
http://www.mate.cbc.uba.ar/72/practica.pdf

MATEMÁTICA CBC 2013
TEORÍA CON EJEMPLOS
http://asimov.com.ar/wp-content/uploads/LM1-151-Paginas.pdf

EJERCICIO 2:

Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) $2 \in \{x \in \mathbb{Z} : \ 1 \leq x \leq 8\}$

b) $\{3, \pi\} \subseteq \{x \in \mathbb{Z} : \ 1 \leq x \leq 8\}$

c) $\{2,3\} \subseteq \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 5x + 6 = 0\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 5x + 6 = 0\} = \{2,3\}$

EJERCICIO 3:

Graficar en la recta los siguientes conjuntos.

a) $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 = 9\}$

b) $B = \{x \in \mathbb{R} : x > 4 \text{ y } x \leq 7\}$

c) $C = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 4 \text{ o } x \geq 7\}$

d) $D = \{x \in \mathbb{R} : 2 < x \leq 5\}$

e) $A \cap D$

f) $B \cap C$

g) $B \cup D$

h) $B \cap D$

i) $D \setminus A$

j) $B \setminus D$

k) B^c, siendo $\mathcal{U} = \mathbb{R}$

EJERCICIO 4:

Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, siendo $\mathcal{U} = \mathbb{R}$ el conjunto universal.

a) $\{x \in \mathbb{R} : x > 0 \text{ y } x < 2\}^c = \{x \in \mathbb{R} : x < 0 \text{ o } x > 2\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 1 \text{ y } x < 3\}^c = \{x \in \mathbb{R} : x < 1 \text{ o } x \geq 3\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} : x \leq 2 \text{ o } x \geq 3\}^c = \{x \in \mathbb{R} : x > 2 \text{ o } x < 3\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} : x < 2 \text{ o } x > 3\}^c = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 2 \text{ y } x \leq 3\}$

PROPIEDADES

EJERCICIO 5:

Decidir, en cada caso, si las expresiones dadas son iguales para todos los posibles valores de a, b, c y d especificados. En caso de no ser iguales, encontrar valores fijos que hagan que las expresiones sean distintas:

a) $\sqrt{ab}$ y $\sqrt{a}\sqrt{b}$ $(a, b \geq 0)$

b) $\sqrt{a+b}$ y $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ $(a, b \geq 0)$

c) $\dfrac{1}{\sqrt{a}}$ y $\dfrac{\sqrt{a}}{a}$ $(a > 0)$

d) $(a+b)^2$ y $a^2+2ab+b^2$

e) $(a+b)^2$ y a^2+b^2

f) $\dfrac{a+b}{a}$ y $1+\dfrac{b}{a}$ $(a \neq 0)$

g) $\dfrac{a+b}{c}$ y $\dfrac{a}{c}+\dfrac{b}{c}$ $(c \neq 0)$

h) $\dfrac{1}{a+b}$	y	$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$	$(a \neq 0\,,\, b \neq 0\,,\, a+b \neq 0)$
i) $a^{\frac{5}{3}}$	y	$\sqrt[3]{a^5}$	
j) a^2-b^2	y	$(a-b)(a+b)$	
k) a^{-1}	y	$\dfrac{1}{a}$	$(a \neq 0)$
l) a^{-1}	y	$-a$	$(a \neq 0)$
m) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-1}$	y	$\dfrac{b}{a}$	$(a \neq 0,\, b \neq 0)$
n) $\dfrac{a}{b} : \dfrac{c}{d}$	y	$\dfrac{ad}{bc}$	$(b \neq 0,\, c \neq 0,\, d \neq 0)$

EJERCICIO 6:

Analizar la validez de las siguientes proposiciones; dar un contraejemplo para las que no son válidas

a) $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad a \geq 0 \;;\; b \geq 0$

b) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

c) $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

d) $\sqrt{a^2} = a$

e) $(2^2)^n = 2^{2n}$

f) $(2^2)^n = 2^{(2^n)}$

g) $\sqrt{a^2} \geq 0$

h) $\dfrac{1}{a+b} = \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}$

i) $a^{m+n} = a^m \cdot a^n \quad a \neq 0$

j) $a^{-2} = \dfrac{-1}{a^2} \quad a \neq 0$

k) $a^{-2} = -a^2 \quad a \neq 0$

l) $(a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad a \neq 0$

m) $a^0 = 1 \quad a \neq 0$

n) $\sqrt{36 \cdot a} = 6 \cdot \sqrt{a} \quad a \geq 0$

o) $\sqrt{(5+5)a} = 5 \cdot \sqrt{a} \quad a \geq 0$

p) $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dfrac{a \cdot c}{b \cdot d}$

EJERCICIO 7:

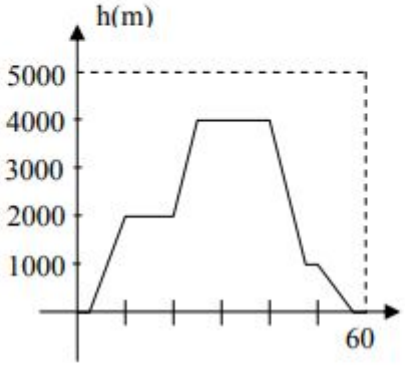
Escribir como intervalo o unión de intervalos el conjunto

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \,/\, \frac{2x+5}{x} > 0 \right\}$$

FUNCIONES

EJERCICIO 8:

Un avión, desde que sale de la terminal de Buenos Aires, hasta que llega a la terminal de Bahía Blanca tarda 60 minutos. El siguiente gráfico describe la altura del avión durante el viaje.



Observando el gráfico, responder:

a. ¿Cuál fue la altura máxima que alcanzó el avión? ¿Cuánto tiempo voló a esa altura?

b. ¿Cuánto tardó en llegar a la altura máxima?

c. ¿A qué altura se encontraba a los 30 minutos de partir?

d. ¿Cuántas veces estuvo a 3000 metros de altura?

e. ¿En qué momentos subió? ¿En qué momentos bajó?

f. ¿Cuántas veces voló a altura constante?

EJERCICIO 9:

a. Sea $f(x) = -x^2 + 4x - 5$. Calcular $f(0)$, $f(1)$, $f(6)$ y $f(-1)$.

b. Sea $f(x) = 4x(x+1)^3$. Completar la tabla

x	2	4	-2	-3
$f(x)$				

EJERCICIO 10:

Hallar el dominio de f y decidir si $-3 \in \operatorname{Im} f$.

a. $f(x) = \dfrac{x-4}{6+2x}$

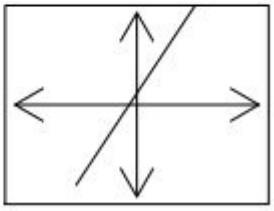
b. $f(x) = \sqrt{x+2}$

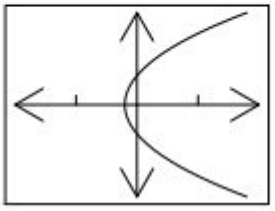
c. $f(x) = \dfrac{5x}{x^2-4}$

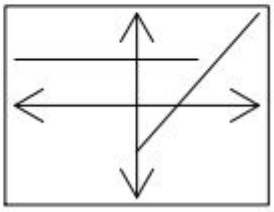
d. $f(x) = x + \dfrac{12}{x}$

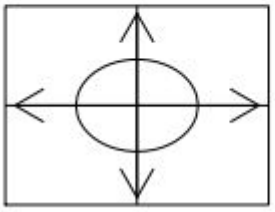
EJERCICIO 11:

Dados los siguientes conjuntos del plano, determine, en cada caso, si existe una función cuyo gráfico sea el dado.







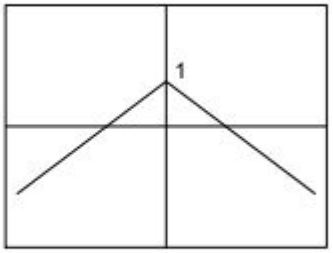


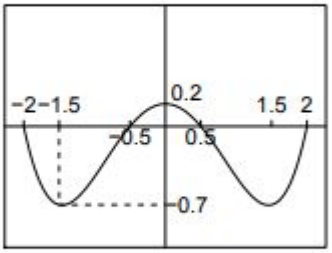
EJERCICIO 12:

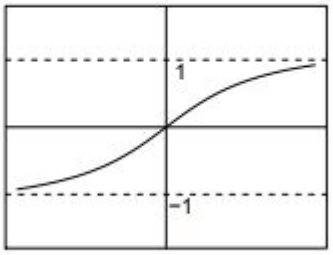
Dibuje una función que sea creciente en los intervalos $(-\infty, -1)$ y $(2, +\infty)$, cuyo valor máximo sea 4 y se alcance en $x = -1$ y cuyo valor mínimo sea -3 y se alcance en $x = 2$.

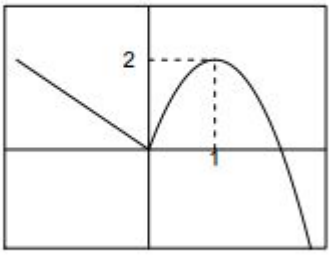
EJERCICIO 13:

Dados los siguientes gráficos de funciones, determine, en cada caso, en qué intervalos es creciente, en qué intervalos es decreciente, en qué punto alcanza su máximo, en que punto alcanza su mínimo y cuál es el valor mínimo y/o el valor máximo.









EJERCICIO 14:

Represente gráficamente las siguientes funciones

$a)\ f(x) = \sqrt{x} \qquad b)\ f(x) = -\sqrt{x} \qquad c)\ f(x) = \sqrt{x+3}$

Indique en cada caso, el dominio de la función. Analice monotonía.

FUNCIONES LINEALES

EJERCICIO 15:

.- Graficar la función f.

a. $f(x)=2x+5$

b. $f(x)=-x+4$

c. $f(x)=\frac{3}{2}x+2$

d. $f(x)=4x$

EJERCICIO 16:

a. Encontrar la función lineal f que satisface:

(i) $f(1)=0$, $f(2)=5$

(ii) $f(-1)=1$, $f(3)=-5$

(iii) $f(1)=3$, $f(4)=3$

b. Hallar la función lineal cuyo gráfico es la recta que pasa por los puntos P y Q.

(i) $P=(1,2)$, $Q=(3,6)$

(ii) $P=(-2,2)$, $Q=(4,5)$

(iii) $P=(2,-5)$, $Q=(-4,5)$

c. Determinar la pendiente y la ordenada al origen de las rectas del inciso b).

EJERCICIO 17:

Hallar la ecuación de la recta de pendiente m que pasa por el punto P.

a. $P=(2,3)$, $m=4$

b. $P=(-1,3)$, $m=-1$

c. $P=(2,5)$, $m=0$

d. $P=(2,5)$, $m=-\frac{3}{2}$

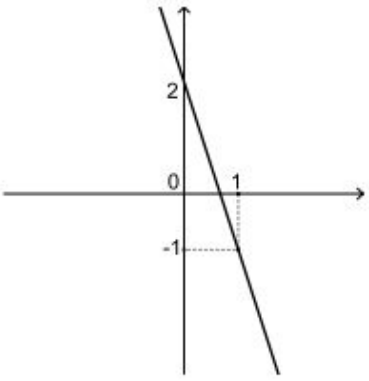
e. $P=(0,2)$, $m=3$

f. $P=(2,0)$, $m=-3$

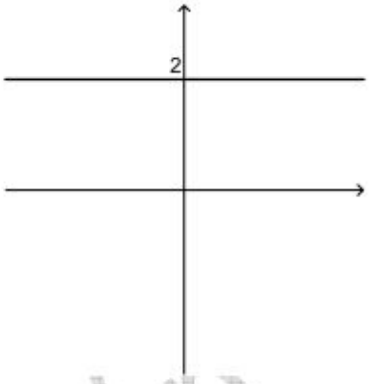
EJERCICIO 18:

Hallar las ecuaciones de las rectas graficadas.

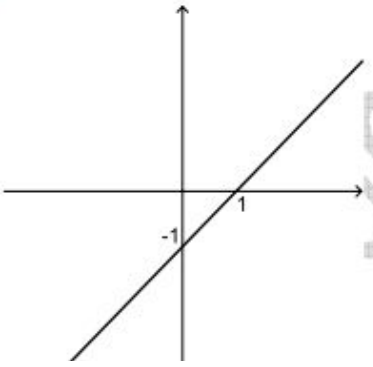
a.



b.



c.



EJERCICIO 19:

La boleta mensual de luz tiene un cargo fijo de $\$25$ y $\$0,02$ por cada KWH consumido.

a. Dar la función lineal que dice cuánto se debe pagar (en $) en función de los KWH consumidos. Representar gráficamente.

b. Si Pedro consume en un mes 300 KWH, ¿cuánto debe pagar?

c. Si Pedro debe pagar $\$40$, ¿cuánto consumió?

EJERCICIO 20:

Una empresa de celulares tiene dos planes. El plan TUNGO tiene un abono mensual fijo de $30 y además cobran $1 por cada minuto de llamada (sin minutos libres). El plan TONGO no tiene abono pero cobran $2 por cada minuto de llamada.

a. ¿Cuánto se debe pagar con cada plan si se realizan en el mes 20 minutos de llamadas? ¿Y si se realizan 60 minutos?

b. Dos personas, una abonada al plan TUNGO y la otra al plan TONGO pagaron $ 100 cada una. ¿Cuál de las dos habló más minutos?

c. ¿Cuántos minutos se deben utilizar para que en ambos planes cobren lo mismo? ¿Cuándo conviene más cada plan?

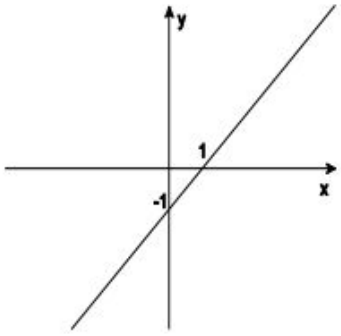
EJERCICIO 21:

A partir de los siguientes gráficos

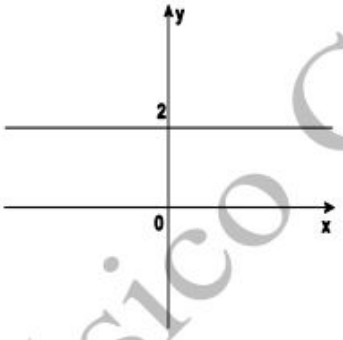
a) Escribir la función lineal correspondiente a cada recta.

b) Determinar el valor de la pendiente.

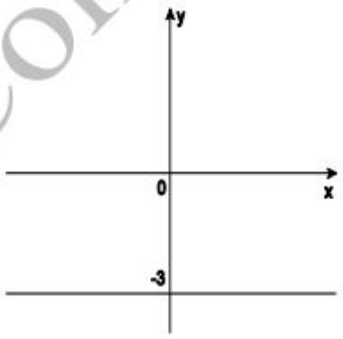
i)



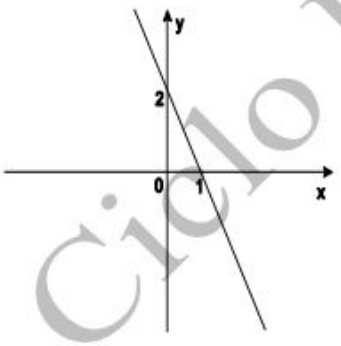
ii)



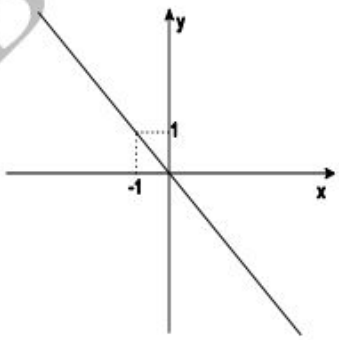
iii)



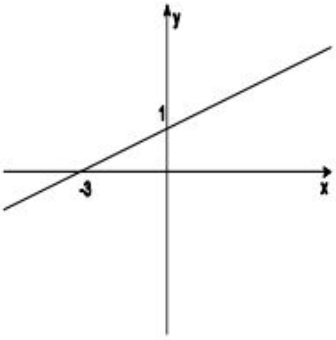
iv)



v)



vi)



FUNCIÓN CUADRÁTICA

EJERCICIO 22:

Asociar cada función con su imagen.

Función	Imagen
I. $f(x)=3x^2+6x+3$	**A.** $[-1;+\infty)$
II. $f(x)=-\frac{3}{4}x^2+3x$	**B.** $[0;+\infty)$
III. $f(x)=-x^2-1$	**C.** $(-\infty;3]$
IV. $f(x)=x^2-8x+15$	**D.** $(-\infty;-1]$

EJERCICIO 23:

Sea $f(x)=2x^2+bx+c$. Determinar b y c de modo que el punto $\left(1,-\frac{9}{2}\right)$ sea el vértice de su gráfico. Para los valores de b y c hallados, dar el conjunto de positividad de f.

EJERCICIO 24:

Los gráficos de $f(x)=x+2$ y de $g(x)=x^2-2x-8$ se cortan en los puntos:

☐ $(5,7)$ y $(-2,0)$ ☐ $(5,0)$ y $(-2,0)$ ☐ $(-5,0)$ y $(2,0)$ ☐ $(-5,3)$ y $(2,4)$

FUNCIONES POLINÓMICAS

EJERCICIO 25:

Sea f una función polinómica de grado 3 que corta al eje x en los puntos $(-1,0)$, $(1,0)$, $(2,0)$.

a. Determinar f sabiendo que $f(3)=16$.

b. Determinar f sabiendo que $f(3)=-8$.

EJERCICIO 26:

Sea $g(x)=(x+1)(-2x^2-4x+16)$. Determinar el conjunto de ceros y el conjunto de negatividad de la función g.

POLINOMIOS

EJERCICIO 27:

Calcular PQ, $P+3Q$ y $(P+2x)xQ^2$, indicando en cada caso el coeficiente principal y el grado.

a) $P(x)=2x^2-3$, $Q(x)=x^4$

b) $P(x)=3x^2-2x-1$, $Q(x)=-x^2+1$

c) $P(x)=x^2-x$, $Q(x)=-x^2+3$

d) $P(x)=-2x+3$, $Q(x)=x+2$

FUNCIÓN LOGARÍTMICA Y EXPONENCIAL

EJERCICIO 28:

Sea $f(x)=e^{x-1}-5$. Si $D=$ Dominio de f e I=Imagen de f, entonces:

☐ $D=\mathbb{R}$ e $I=(0,+\infty)$

☐ $D=\mathbb{R}$ e $I=(-5,+\infty)$

☐ $D=(1,+\infty)$ e $I=(0,+\infty)$

☐ $D=(1,+\infty)$ e $I=(-5,+\infty)$

EJERCICIO 29:

.- Hallar el dominio y los ceros de f.

a. $f(x)=\ln\left(\dfrac{5x-8}{3x}\right)$

b. $f(x)=\ln\left(\dfrac{1}{2-x}\right)$

COMPOSICIÓN DE FUNCIONES

EJERCICIO 30:

Dadas las funciones f y g, calcular $f\circ g$ y $g\circ f$.

a. $f(x)=3x-2$, $g(x)=x^2+3$

b. $f(x)=-x+1$, $g(x)=\dfrac{1}{3-x}+2$

c. $f(x)=x^2-4$, $g(x)=\dfrac{2x+1}{x-3}$

d. $f(x)=\dfrac{3}{x+2}$, $g(x)=\dfrac{3}{x}-2$

e. $f(x)=x+2$, $g(x)=-x(x+1)(x-3)$

f. $f(x)=2x-1$, $g(x)=x\sqrt{x^2+2}$

EJERCICIO 31:

Si $f(x)=1-x$ y $g(x)=\dfrac{3x-1}{2-x}$ entonces $f\circ g(x)=$

☐ $\dfrac{1-4x}{2-x}$ ☐ $\dfrac{2-3x}{2-x}$ ☐ $\dfrac{2-x}{1+x}$ ☐ $\dfrac{3-4x}{2-x}$ $(-2,5)$

FUNCIÓN INVERSA

EJERCICIO 32:

Calcular f^{-1} y dar su dominio. Graficar f y f^{-1}.

a. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $\quad f(x)=2x-4$

b. $f:\mathbb{R}-\{2\}\to\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\dfrac{1}{x-2}$

c. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\sqrt[3]{x}$

d. $f:\mathbb{R}-\{-1\}\to\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\dfrac{2x-5}{x+1}$

e. $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$ $\quad f(x)=3x^2+2$

f. $f:\mathbb{R}-\left\{\dfrac{1}{3}\right\}\to\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\dfrac{2}{3x-1}+5$

g. $f:[-2,+\infty)\to\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\sqrt{x+2}$

EJERCICIO 33:

La función inversa de $f(x)=\dfrac{1}{2}\ln(x+1)$ es $f^{-1}(x)=$

☐ $2e^x-1$ ☐ $\dfrac{2}{\ln(x+1)}$ ☐ $e^{2x}-1$ ☐ $e^x-\dfrac{1}{2}$

EJERCICIO 34:

) Si $f(x)=e^{x-2}+8$ entonces su función inversa es $f^{-1}(x)=$

☐ $\ln(x-6)$ ☐ $\ln(x-8)+2$ ☐ $\frac{1}{8}(\ln x+2)$ ☐ $\frac{1}{e^{x-2}+8}$

EJERCICIO 35:

Dadas las funciones

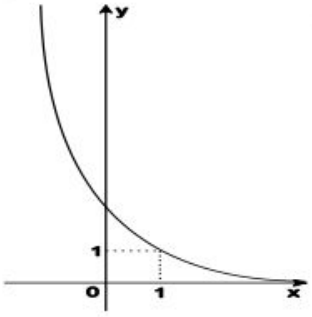
a) $f(x)=e^{2x}$ b) $f(x)=e^{1-x}$ c) $f(x)=e^{x-2}$

d) $f(x)=\ln\left(\frac{2}{x}\right)$ e) $f(x)=\ln(1+x)$ f) $f(x)=2\ln(-x)$

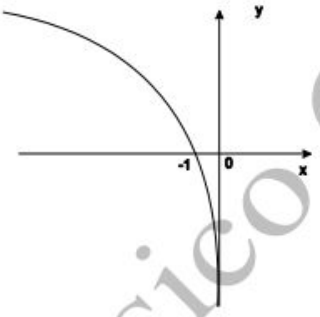
a) Decidir qué gráfico corresponde a cada una de ellas.

b) En cada caso dar la fórmula y el gráfico de la función inversa.

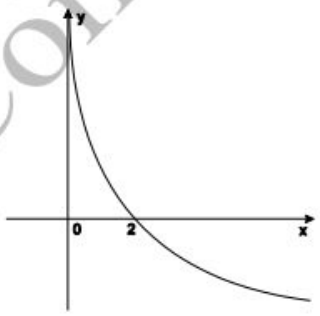
i)



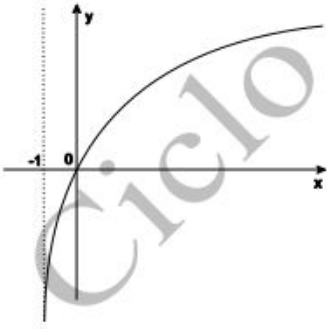
ii)



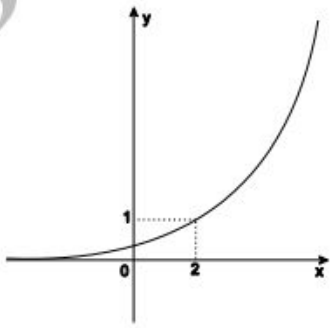
iii)



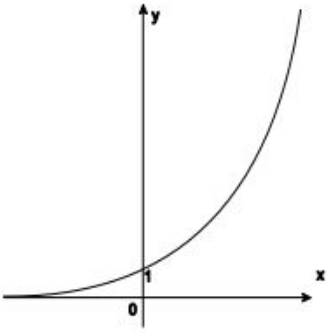
iv)



v)



vi)



VARIOS

EJERCICIO 36:

El dominio de la función $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ es igual a:

☐ $[0;+\infty)$ ☐ $\mathbb{R}-\{0\}$ ☐ $\mathbb{R}$ ☐ $(0;+\infty)$

EJERCICIO 37:

El dominio natural de $f(x)=\ln(2x-4)$ es

☐ $(2,+\infty)$ ☐ $(-\infty,2)\cup(2,+\infty)$ ☐ $(0,+\infty)$ ☐ $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

PARA PENSAR

EJERCICIO 38:

El Gran Mago me dijo:

- Pensá un número.
- Sumale 7.
- Multiplicá el resultado por 3.
- Al número obtenido, restale 15.
- Dividí por 3.
- Sumá 2.
- Decime el resultado.

Le dije 53 y, de inmediato, el Gran Mago dijo "Pensaste el 49". ¿Cómo hizo el Gran Mago para responder tan rápidamente?

EJERCICIO 39:

Decidir cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles son falsas:

a) Si $a \geq 3$ y $a \leq 3$ entonces $a = 3$.

b) Si $a = 2$ entonces $a^2 = 4$.

c) Si $a^2 = 4$ entonces $a = 2$.

d) Si $a = 2$ entonces $a \geq 2$.

e) Si $a.b = 0$ entonces $a = 0$ o $b = 0$.

f) Si $a.b = 0$ entonces $a = 0$ y $b = 0$.

g) Si $a = 0$ y $b = 0$ entonces $a.b = 0$.

h) Si $a = 0$ o $b = 0$ entonces $a.b = 0$.

i) Si $a^2 = 3$ entonces $a^4 - 3a^2 = 0$.

j) Si $a^4 - 3a^2 = 0$ entonces $a^2 = 3$.

k) Si $a^4 - 3a^2 = 0$ y $a \neq 0$ entonces $a^2 = 3$.

l) Si $a > 1$ entonces $a > 0$.

m) Si $a > 0$ entonces $a \geq 1$.

EJERCICIO 40:

Haga un gráfico que refleje la evolución de la temperatura del agua a lo largo del tiempo atendiendo a la siguiente descripción:

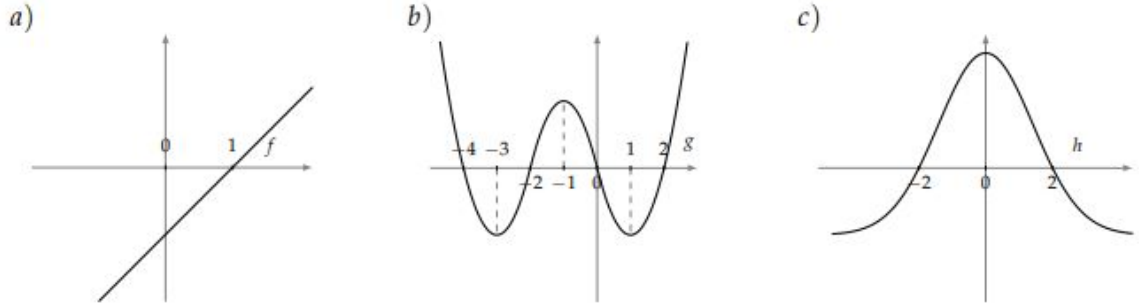
> " Saqué del fuego una cacerola con agua hirviendo. Al principio, la temperatura bajó con rapidez, de modo que a los 5 minutos estaba en 60 grados. Luego, fue enfriándose con más lentitud. A los 20 minutos de haberla sacado estaba en 30 grados y 20 minutos después seguía teniendo algo más de 20 grados, temperatura de la cual no bajó, pues era la temperatura que había en la cocina."

¿Es el gráfico que hizo el único que respeta las consignas anteriores?

ANÁLISIS DE UNA FUNCIÓN

EJERCICIO 41:

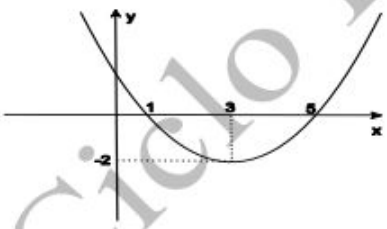
Determinar para cada una de las funciones graficadas su conjunto de ceros, los conjuntos de positividad y negatividad y los intervalos de crecimiento y decrecimiento.



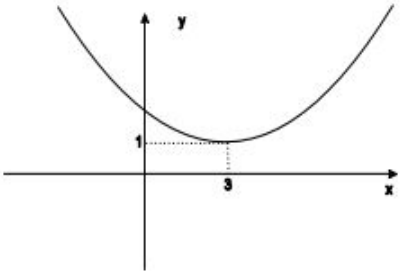
EJERCICIO 42:

Hallar los conjuntos de positividad y de negatividad, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, el máximo o mínimo de las funciones cuadráticas cuyos gráficos figuran a continuación:

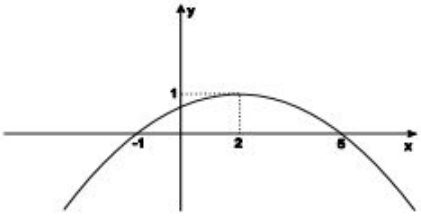
i)



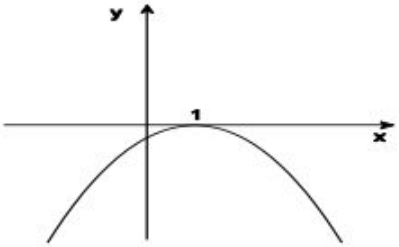
ii)



iii)



iv)



EJERCICIO 43:

La función $f(x) = \ln(5x-9)$ es positiva para x en el intervalo

$](1,2)$ $\square(3,5)$ $\square(0,+\infty)$ $\square(-1,0)$