Colegio San Patricio
A-019 - Incorporado a la Enseñanza Oficial
Fundación Educativa San Patricio

Período de diagnóstico 2017
ALUMNO/A:.....

Los ejercicios tienen que estar desarrollados.
Ser prolijos POR FAVOR!!!

FECHA DE ENTREGA: 29/03

1) Resolver la siguiente inecuación y representar en la recta numérica el conjunto solución.

$$3\cdot|x+2|-8\leq\frac{3}{4}$$

b.

$$|4x-2|=14$$

2)

Siendo $P(X)=\frac{1}{2}x^3-6x^2+\frac{1}{4}$

$Q(X)=-3x^2+6x^3-\frac{1}{3}$

$R(X)=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

Hallar:

Q(X) – R(X) + P(X)=

***Nota: es solo operaciones con polinomios, no es necesario calcular raices.**

3)

Resolver, clasificar (Compatible, incompatible o indeterminada) y graficar:

$$\begin{cases} x+y=-2 \\ 3y=9+2x \end{cases}$$

***Nota: Utilizar el método de igualación, sustitución o reducción.**

4) Factorear el polinomio

$$R(x) = x^3 + 8$$

Repaso!!

FACTORIZACIÓN DE UN POLINOMIO

- **SACAR FACTOR COMÚN**

Consiste en aplicar la propiedad distributiva:

$$a \cdot b + a \cdot c + a \cdot d = a\,(b + c + d)$$

EJERCICIOS ADICIONALES: descomponer en factores sacando factor común y hallar las raíces

4.a.

$x^3 + x^2$

4.b.

$2x^4 + 4x^2$

4.c.

$x^2 - ax - bx + ab$

- **DIFERENCIA DE CUADRADOS**

Una diferencia de cuadrados es igual a suma por diferencia.

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

EJERCICIOS ADICIONALES: descomponer en factores y hallar las raíces

4.d.

$x^2 - 4$

4.e.

$x^4 - 16$

- **TRINOMIO CUADRADO PERFECTO**

Un trinomio cuadrado perfecto es igual a un binomio al cuadrado.

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

EJERCICIOS ADICIONALES: descomponer en factores y hallar las raíces

4.f.

$$9 + 6x + x^2$$

4.g.

$$x^2 - 4x + 4$$

- **TRINOMIO DE SEGUNDO GRADO**

Para descomponer en factores el trinomio de segundo grado $P(x) = ax^2 + bx + c$, se iguala a cero y se resuelve la ecuación de 2º grado. Si las soluciones a la ecuación son x_1 y x_2, el polinomio descompuesto será:

$$ax^2 + bx + c = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

EJERCICIOS ADICIONALES: descomponer en factores y hallar las raíces

4.h.

$$x^2 - 5x + 6$$

4.i.

$$x^2 - x - 6$$

- **TRINOMIO DE CUARTO GRADO DE EXPONENTES PARES**

Para hallar las raíces se iguala a cero y se resuelve la **ecuación bicuadrada**.

EJEMPLO

$$x^4 - 10x^2 + 9$$

$x^2 = t$

$x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

$t^2 - 10t + 9 = 0$

$$t = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 9}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} = \begin{cases} t_1 = \frac{18}{2} = 9 \\ t_2 = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

$x^2 = 9 \qquad x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$

$x^2 = 1 \qquad x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$

$x^4 - 10x^2 + 9 = \mathbf{(x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x + 3) \cdot (x - 3)}$

- **FACTORIZACIÓN DE UN POLINOMIO DE GRADO SUPERIOR A DOS**

EJEMPLO

Utilizamos el teorema del resto y la regla de Ruffini para encontrar las raíces enteras.

Los pasos a seguir los veremos con el polinomio:

$P(x) = 2x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 6$

1 Tomamos los divisores del término independiente: ±1, ±2, ±3.

2 Aplicando el **teorema del resto** sabremos para que valores la división es exacta.

$P(1) = 2 \cdot 1^4 + 1^3 - 8 \cdot 1^2 - 1 + 6 = 2 + 1 - 8 - 1 + 6 = 0$

3 Dividimos por Ruffini.

	2	1	−8	−1	6
1		2	3	−5	−6
	2	3	−5	−6	0

4 Por ser la división exacta, **D = d · c**

$(x - 1) \cdot (2x^3 + 3x^2 - 5x - 6)$

Una raíz es $x = 1$.

Continuamos realizando las mismas operaciones al segundo factor.

Volvemos a probar por 1 porque el primer factor podría estar elevado al cuadrado.

$P(1) = 2 \cdot 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 - 6 \neq 0$

$P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) - 6 = -2 + 3 + 5 - 6 = 0$

	2	3	−5	−6
−1		−2	−1	6
	2	1	−6	0

$(x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (2x^2 + x - 6)$

Otra raíz es $x = -1$.

El tercer factor lo podemos encontrar aplicando la ecuación de 2º grado o tal como venimos haciéndolo, aunque tiene el inconveniente de que sólo podemos encontrar **raíces enteras**.

El 1 lo descartamos y seguimos probando por −1.

$P(-1) = 2 \cdot (-1)^2 + (-1) - 6 \neq 0$

$P(2) = 2 \cdot 2^2 + 2 - 6 \neq 0$

$P(-2) = 2 \cdot (-2)^2 + (-2) - 6 = 2 \cdot 4 - 2 - 6 = 0$

	2	1	−6
−2		−4	6
	2	−3	0

$(x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (2x - 3)$

Sacamos **factor común** 2 en último binomio y encontramos una raíz racional.

$2x - 3 = 2\,(x - 3/2)$

La **factorización del polinomio** queda:

$P(x) = 2x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 6 = 2\,(x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x - 3/2)$

Las raíces son : $x = 1$, $x = -1$, $x = -2$ y $x = 3/2$

5)

Resolver las siguientes ecuaciones determinando previamente el dominio e indicando el conjunto solución

1. $x^3 = 2x$
2. $x^2(2x^2 + 8x + 6) = 8(x + 1)$

6)

Resolver los siguientes sistemas por el método analítico que se crea más conveniente y luego graficar.

a) $\begin{cases} 7x + 6y = 2 \\ y + 5 = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases}$

***Nota: Utilizar el método de igualación, sustitución o reducción.**

7)

Escribí estos números racionales como fracciones.

a) 2,5555...
b) 2,55
c) 2,52
d) 2,522222.....
e) 2,52555....
f) 2,525252...

8)

Escribí a qué conjuntos numéricos pertenecen los siguientes números; luego representalos en la recta numérica.

a) 0,232233222333...
b) -6
c) - 0,456456...
d) $-\frac{4}{15}$
e) $-\sqrt{2}$

9)

Investiga la verdad o falsedad de las siguientes expresiones

a) $-25 \in Q$
b) $-\frac{3}{5} \in I$
c) $\sqrt[3]{\frac{64}{125}} \in Q$
d) $-\sqrt[3]{8} \in I$
e) $\sqrt{\frac{16}{49}} \in Z$
f) $\sqrt{7} \in Q$

10)

Colocá una cruz a la casilla que corresponda

	5	-3,2	$\sqrt{3}$	9,6	1,3333..	$-\frac{7}{7}$	$\frac{9}{6}$	4,8	-6	$\sqrt{15}$	7,9
N											
Z											
Q											
I											
R											

11)

Expresa los siguientes números mediante una potencia cuya base sea un número entero.

a) $\frac{1}{4}$
b) $\frac{1}{27}$
c) $\frac{1}{81}$
d) $-\frac{1}{125}$

12) Simplifica:

$\sqrt[5]{5^{25}} =$

$\sqrt[4]{3^{12}} =$

$\sqrt[12]{z^8 . y^6} =$

13)

Determina la altura y el área de un triángulo equilátero de lado igual a $\sqrt{5}$

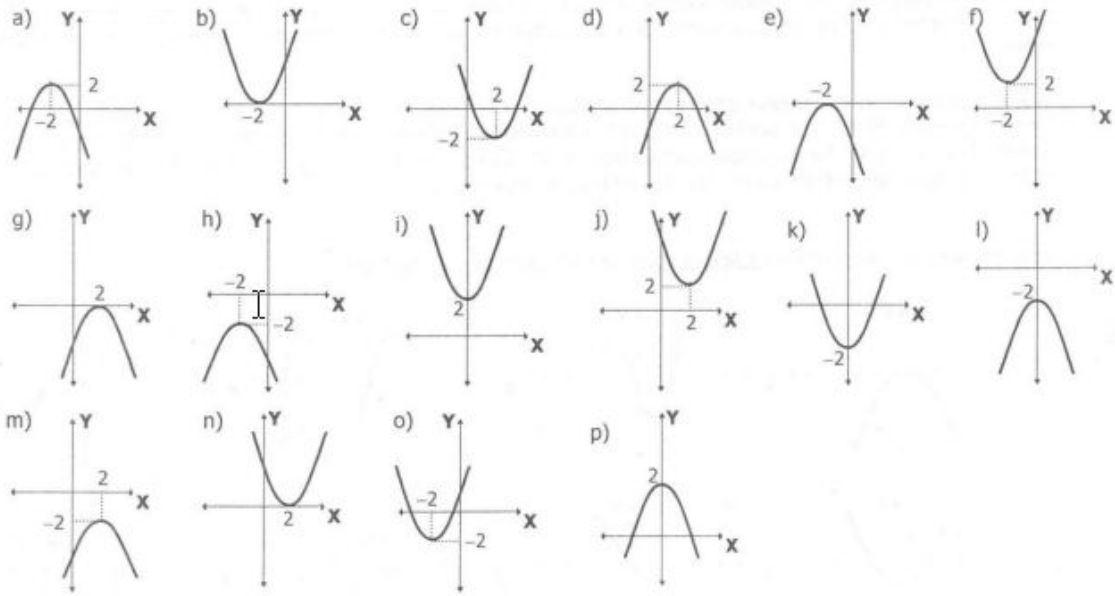
14)

Halla el perímetro y el área de cada figura.

15)

Identificar cada una de las siguientes funciones cuadráticas con el gráfico que le corresponde:

47) $f_{(x)} = x^2+2$	51) $f_{(x)} = (x+2)^2+2$	55) $f_{(x)} = -x^2+2$	59) $f_{(x)} = -(x+2)^2+2$
48) $f_{(x)} = x^2-2$	52) $f_{(x)} = (x+2)^2-2$	56) $f_{(x)} = -x^2-2$	60) $f_{(x)} = -(x+2)^2-2$
49) $f_{(x)} = (x+2)^2$	53) $f_{(x)} = (x-2)^2+2$	57) $f_{(x)} = -(x+2)^2$	61) $f_{(x)} = -(x-2)^2+2$
50) $f_{(x)} = (x-2)^2$	54) $f_{(x)} = (x-2)^2-2$	58) $f_{(x)} = -(x-2)^2$	62) $f_{(x)} = -(x-2)^2-2$



16)

Resolver las siguientes ecuaciones cuadráticas(es decir, hallar sus raíces):

a) $x^2 - x - 6 = 0$ b) $x^2 - 4x = 0$ c) $x^2 - 4x + 4 = 0$

17)

Problemas que se resuelven aplicando ecuaciones cuadráticas:

¿Cuál es el número natural que sumado al cuadrado de su consecutivo, da 109?

El producto de dos números consecutivos, disminuido en 42, es igual a 68 ¿Cuáles son esos números?

Hallar las dimensiones de un rectángulo, sabiendo que su altura es 3 cm mayor que su base, y que su superficie es de 70 cm².

18)

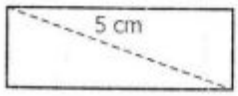
a) $\frac{x+1}{x} = \frac{3x+1}{2}$ b) $\frac{x+11}{4} = \frac{3}{6x-5}$

19)

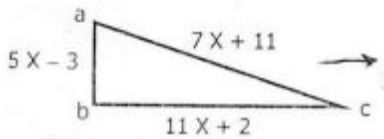
Problemas con aplicaciones geométricas:

a) Hallar la base y la altura de un rectángulo sabiendo que su perímetro es 30 cm y su área 44 cm²

b) Hallar el área de un rectángulo sabiendo que su diagonal vale 5 cm y que su perímetro vale 14 cm.



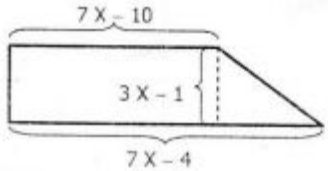
Perímetro = 14 cm



c) Hallar X, sabiendo que abc es un triángulo rectángulo: (Sugerencia: Utilizar el Teorema de Pitágoras)

d) Hallar X con los datos dados para el siguiente trapezoide rectángulo:

Área = 112 cm²



20)

Expresa en forma factorizada las siguientes ecuaciones cuadráticas:

$x^2 - 12x + 32 = 0$

21)

Dadas las siguientes ecuaciones polinómicas, graficar sin tabla de valores:

a) $y = -2x^2 + 5x - 2$

22)

Resolver analítica y gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x^2 - x - 1 = y \\ y - x - 2 = 0 \end{cases}$ R: (3,5) y (–1,1)

23)

Resolver, analítica y gráficamente, los siguientes sistemas.

$a) \begin{cases} y = x^2 - 5 \\ y=3x+7 \end{cases}$

24)

i) Calcular las dimensiones de un rectángulo sabiendo que su área es 35 cm^2 y su perímetro es 24 cm.

ii) Determinar los catetos de un triángulo rectángulo si se sabe que la suma de las longitudes de los mismos es 17 cm y la hipotenusa es 13 cm.

iii) Ana es dos años mayor que Pedro y la suma de los cuadrados de ambas edades es 130 años. ¿Cuál es la edad de cada uno?

25)

Transformar cada una de las siguientes expresiones en una sola potencia

a) $4^x.2^{x+1} =$

c) $3^{-x}.9 =$

e) $\dfrac{4^x}{8^{2x+3}} =$

g) $16^{x+5} : 4^{-2x-4}.32^{x-2} =$

26)

a) $\left(13^2\right)^5 =$ b) $\left(5^3\right)^{\frac{3}{4}} =$ c) $\left(x^3.\left(x^4\right)^3\right)^{\frac{6}{5}} =$

27)

Resolver las siguientes ecuaciones y comprobar las soluciones obtenidas:

a) $4^x = \dfrac{1}{4}$

b) $2^{x+1} = 8$

c) $9.3^x = 27$